

Задача 4. Рама, состоящая из двух частей, имеет две неподвижные шарнирные опоры. Части рамы соединены шарниром в точке C (рис. 14). На раму действует вертикальная сила $P = 3$ кН, горизонтальная $F = 4$ кН и момент $M = 8$ кНм. Размеры даны в метрах. Найти реакции опор.

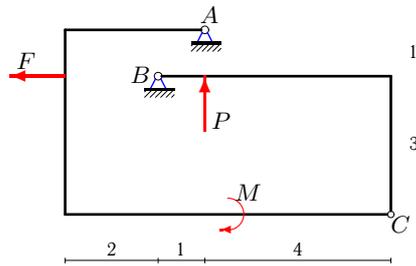


Рис. 14

Решение

Разобьем раму на две части по шарниру C . Отброшенные части заменим реакциями X_C , Y_C . При этом реакции, приложенные к одной части, направлены в одну сторону, к другой — в противоположную. Рассмотрим равновесие каждой части. Запишем три уравнения равновесия части AC (рис. 15):

$$\sum X_i = X_C + X_A - F = 0, \quad (1.11)$$

$$\sum Y_i = Y_C + Y_A = 0, \quad (1.12)$$

$$\sum M_C = -4Y_A - 4X_A + 3F - M = 0. \quad (1.13)$$

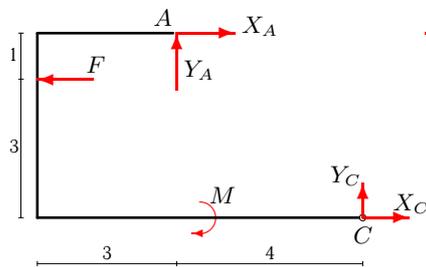


Рис. 15

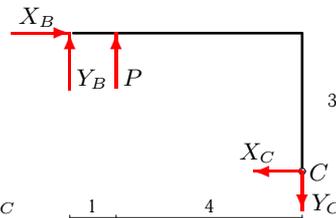


Рис. 16

Уравнения равновесия части CB (рис. 16) имеют вид:

$$\sum X_i = -X_C + X_B = 0, \quad (1.14)$$

$$\sum Y_i = Y_B - Y_C + P = 0, \quad (1.15)$$

$$\sum M_C = -5Y_B - 3X_B - 4P = 0. \quad (1.16)$$

Решаем систему шести уравнений с шестью неизвестными. Получаем реакции: $X_A = -2$ кН, $Y_A = 3$ кН, $X_C = 6$ кН, $Y_C = -3$ кН, $Y_B = -6$ кН, $X_B = 6$ кН.

Проверка. Составляем сумму моментов всех сил, действующих на раму, включая реакции опор, относительно какой-либо произвольной точки, например, точки K (рис. 17):

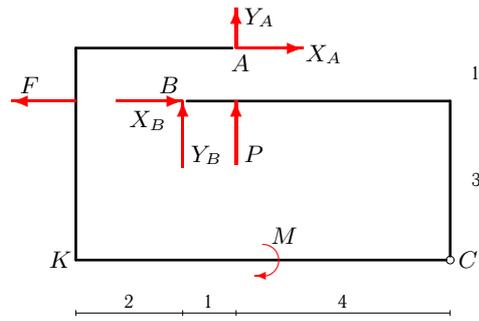


Рис. 17

$$\begin{aligned} \sum M_K &= 3Y_A - 4X_A + 2Y_B - 3X_B + 3F + 3P - M = \\ &= 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 - 2 \cdot 6 - 3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 3 - 8 = 0. \end{aligned}$$

Проверка выполнена. Реакции найдены верно.

Если по условию задачи требуется найти только реакции опор, а реакции внутреннего сочленяющего шарнира искать не надо, то нет необходимости составлять все шесть уравнений равновесия. Трехшарнирная схема рамы¹ позволяет составить две отдельные системы по два уравнения в каждом. Для этого надо дополнительно рассмотреть равновесие всей рамы в целом, не расчленяя ее на части. Записываем два уравнения моментов (рис. 17):

$$\sum M_A = -1 \cdot Y_B + 1 \cdot X_B - 1 \cdot F - M = 0, \quad (1.17)$$

$$\sum M_B = 1 \cdot Y_A - 1 \cdot X_A + 1 \cdot P - M = 0. \quad (1.18)$$

¹ Два опорных шарнира и один сочленяющий.

Уравнения (1.16) и (1.17) образуют замкнутую систему относительно неизвестных X_B и Y_B , а уравнения (1.13) и (1.18) — систему для X_A и Y_A . При таком подходе решение существенно упрощается, хотя все расчетные уравнения — уравнения моментов¹. Так как при решении уравнения проекций не использовались, в качестве проверки можно составить уравнения проекций для всей рамы в целом.

¹Заметим, что обе полученные системы имеют один и тот же определитель, равный удвоенной площади треугольника ABC .