Задача 5. Конструкция состоит из двух изогнутых под прямым углом стержней и шарнирного треугольника. На конструкцию действуют силы $F_1 = 7$ кН, $F_2 = 2$ кН, $P = 4$ кН и момент $M = 3$ кНм. Конструкция опирается на неподвижные шарниры в точках B и C и вертикальный стержень в A (рис. 18). Найти реакции опор.

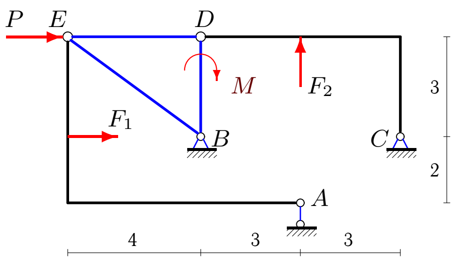

Рис. 18

Решение

Разделим конструкцию по шарнирам на три части и рассмотрим равновесие каждой из них. Действие опор заменим их реакциями. Реакции внутренних шарниров, соединяющих части, приложим к каждой из частей во взаимно противоположные направлениях [1]. Силу P, действующую одновременно и на часть AE и на часть BDE, отнесем произвольно к любому из тел, например, AE (рис. 19). Внешние реакции не зависят от выбора части, к которой приложена P, более того, можно даже разбить силу на две — одну половину приложить к одной части, другую — к другой. Рассмотрим равновесие части AE.

Действие вертикального опорного стержня в A заменим вертикальной реакцией Y_A. Внутренний шарнир E соответствует двум реакциям X_E и Y_E. Запишем уравнения равновесия части AE:

$$\begin{aligned} \sum X_k &= X_E + F_1 + P = 0, \\ \sum Y_k &= Y_A + Y_E = 0, \\ \sum M_E &= 7Y_A + 3F_1 = 0. \end{aligned} \tag{1.19}$$

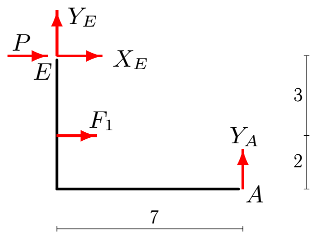

Рис. 19

Рассмотрим равновесие других частей конструкции. Выделим треугольник BDE (рис. 20). Приложим внешний момент и реакции опор.

[1] Если в шарнире соединены два тела, то выбор взаимно противоположных направлений очевиден. А что делать, если шарниром соединены три тела? Ответ на этот вопрос дан в решении задачи на с. 24.

Реакции X_E и Y_E направим в стороны, противоположные этим же реакциям на рис. 19.

Запишем уравнения равновесия части BDE (рис. 20):

$$\begin{aligned}
&\sum X_k = X_B - X_E + X_D = 0,\\
&\sum Y_k = Y_B + Y_D - Y_E = 0, \\
&\sum M_E = 3X_B + 4Y_B + 4Y_D - M = 0.
\end{aligned} \tag{1.20}$$

Рассмотрим равновесие части DC (рис. 21). Реакции X_D, Y_D

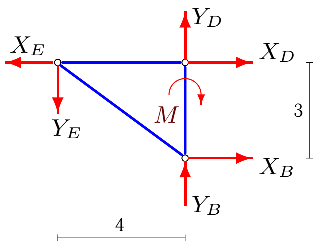

Рис. 20

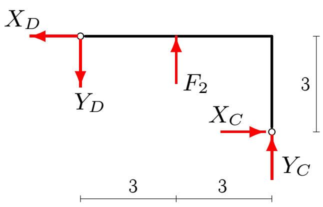

Рис. 21

направляем в стороны, противоположные изображенным на рис. 20.

Запишем уравнения равновесия части DC:

$$\begin{aligned}
&\sum X_k = -X_D + X_C = 0,\\
&\sum Y_k = Y_C - Y_D + F_2 = 0, \\
&\sum M_D = 6Y_C + 3F_2 + 3X_C = 0.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Решаем систему девяти уравнений (1.19)–(1.21). Получаем значения искомых реакций: $Y_A = -3$ кН, $X_B = -3$ кН, $Y_B = -2$ кН, $X_C = -$ -8 кН, $Y_C = 3$ кН, $X_D = -8$ кН, $Y_D = 5$ кН, $Y_E = 3$ кН, $X_E = -11$ кН.

Проверка. Запишем сумму моментов относительно точки E всех сил, приложенных к раме, включая реакции опор (рис. 22)

$$\begin{aligned}
\sum M_E &= 7Y_A + 3F_1 + 3X_B + 4Y_B - M + 7F_2 + 3X_C + 10Y_C = \\
&= -21 + 21 - 9 - 8 - 3 + 14 - 24 + 30 = 0.
\end{aligned}$$

Реакции внутренних шарниров приложены к отдельным частям рамы; в условие равновесия всей рамы в целом они не входят, и проверить таким образом их нельзя. При необходимости можно выполнить проверку, выделив из рамы не три, а две части (две возможные комбинации: $AE + BDE$ и CD, AE и $BDE + CD$), и проконтролировать их равновесие.

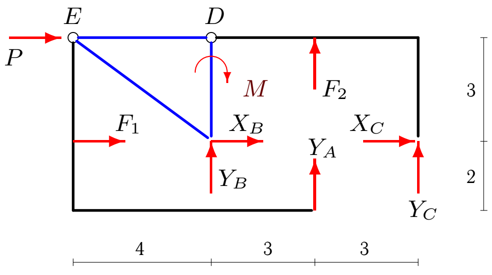

Рис. 22

Проверка выполнена. Реакции найдены правильно. Заметим, что проверка равенства нулю суммы проекций всех сил, приложенных к раме в целом, на ось x или y не является эффективной. Фактически эти суммы будут состоять из сумм уравнений для проекций из систем (1.19), (1.20), (1.21), и вероятные ошибки в уравнениях моментов никак не повлияют на равенство нулю в такой проверке.