

Задача 7. Конструкция состоит из трех тел, соединенных шарниром D и стержнем 1 (рис. 28) и нагружена моментом $M = 3$ кНм, и тремя силами $F_1 = 2$ кН, $F_2 = 4$ кН, $F_3 = 2$ кН. Размеры даны в метрах. Найти реакции опор и усилие в стержне 1.

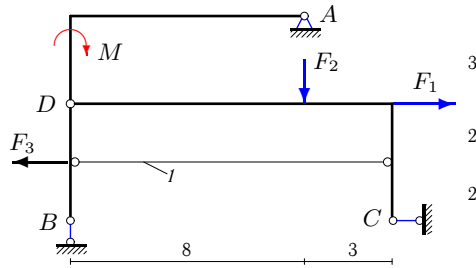


Рис. 28

Решение

Решение этой задачи отличается от предыдущей способом представления сил, действующих на сочленяющий шарнир D . При этом увеличивается число неизвестных, но структура связей становится более ясной.

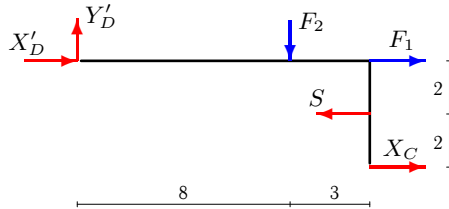


Рис. 29

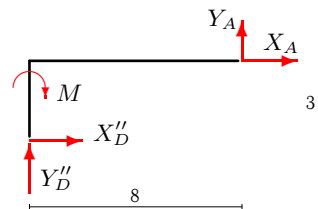


Рис. 30

Разбиваем конструкцию на части, отбрасывая стержень 1 и шарнир D . Освобождаем конструкцию от внешних связей, заменяя их реакциями. Реакции опорных стержней в точках B и C направлены вдоль стержней. Шарнир A имеет две реакции. В число тел, составляющих конструкцию, вводим еще одно тело — ось D . Считаем, что в точке D все три части конструкции независимо друг от друга взаимодействует с осью, их соединяющей. Реакции обозначим $X'_D, Y'_D, X''_D, Y''_D, X'''_D, Y'''_D$. Рассматриваем равновесие каждой из частей и равновесие оси. Всего получается 11 неизвестных реакций. Записываем по три уравнения равновесия (два уравнения проекций и уравнение моментов относительно произвольной точки) для каждой из частей и два уравнения равновесия оси в проекциях.

Уравнения равновесия части DC (рис. 29):

$$\begin{aligned}\sum X &= X'_D + F_1 - S + X_C = 0, \\ \sum Y &= Y'_D - F_2 = 0, \\ \sum M_D &= 4X_C - 2S - 8F_2 = 0.\end{aligned}\tag{1.25}$$

Уравнения равновесия части AD (рис. 30):

$$\begin{aligned}\sum X &= X''_D + X_A = 0, \\ \sum Y &= Y''_D + Y_A = 0, \\ \sum M_D &= 8Y_A - 3X_A - M = 0.\end{aligned}\tag{1.26}$$

Усилия S от действия внутренней связи, приложенные к частям BC и DC , взаимно противоположны.

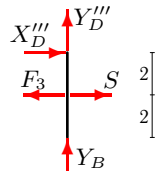


Рис. 31

Уравнения равновесия части BD (рис. 31):

$$\begin{aligned}\sum X &= X'''_D + S - F_3 = 0, \\ \sum Y &= Y'''_D + Y_B = 0, \\ \sum M_B &= -4X'''_D - 2S + 2F_3 = 0.\end{aligned}\tag{1.27}$$

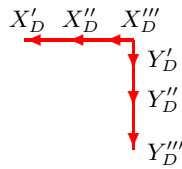


Рис. 32

Все реакции прикладываем к оси в противоположную сторону. Для сходящейся системы сил на плоскости достаточно двух уравнений равновесия (рис. 32)

$$\begin{aligned}\sum X &= -X'_D - X''_D - X'''_D = 0, \\ \sum Y &= -Y'_D - Y''_D - Y'''_D = 0.\end{aligned}\tag{1.28}$$

Решаем систему 11 уравнений с 11 неизвестными (1.25)–(1.28). Получаем искомые реакции $X_A = -9$ кН, $Y_A = -3$ кН, $Y_B = 7$ кН, $X_C = 9$ кН, $S = 2$ кН, $X'_D = -9$ кН, $Y'_D = 4$ кН, $Y''_D = 3$ кН, $X'''_D = 9$ кН, $Y'''_D = -7$ кН, $X''_D = 0$.

Проверка. Составим сумму моментов всех внешних сил, приложенных к нерасчлененной системе, относительно точки K (рис. 33)

$$\begin{aligned}\sum M_D &= -3X_A - 3Y_A + 3F_2 - 2F_3 + 4X_C - 11Y_B - M = \\ &= 27 + 9 + 12 - 4 + 36 - 77 - 3 = 0.\end{aligned}$$

Проверка выполнена. Решение найдено верно. Заметим, что эту задачу можно решить проще, составив всего пять, а не одиннадцать

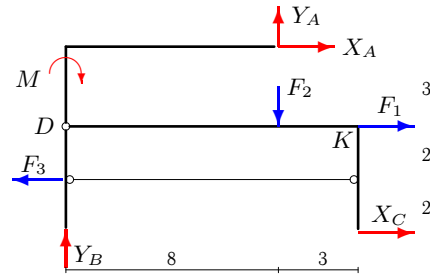


Рис. 33

уравнений. Первые два уравнения — система уравнений для реакций Y_B и X_C . Одно из них — сумма моментов всех сил, приложенных к целой системе относительно опоры A , другое — сумма моментов всех сил, приложенных к частям BD и DC относительно D . Остальные уравнения — уравнения проекций для всей системы, из которых легко находим две реакции опоры A . Для определения S можно использовать уравнение моментов системы (1.25).

Решение задачи в системе **Maple** дано на с. 336.