

АЛГОРИТМЫ

3.1. Муравьиные алгоритмы

Задан полный евклидов граф. (рис. 1). Найти длину пути муравья в задаче коммивояжера. Начальная вершина 1. Дана последовательность P случайных чисел, выпавших в при выборе очередной вершины, расстояния $L_{k,j}$ между вершинами k, j и интенсивность феромона $\tau_{k,j}$ на ребре $[k, j]$. Секторы вероятности перехода сортировать по возрастанию номеров вершин. Использовать формулу вероятности перехода из вершины k в j

$$P_{k,j} = 100 \frac{\eta_{k,j}^\alpha \tau_{k,j}^\beta}{\sum \eta_{k,i}^\alpha \tau_{k,i}^\beta} \quad (3.1)$$

при $\alpha = 1, \beta = 1, \eta_{k,j} = 1/L_{k,j}$

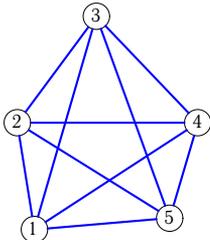


Рис. 1

Задача 5.1.

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	40	1
1-3	83	2
1-4	73	1
1-5	51	1
2-3	50	2
2-4	67	1
2-5	67	1
3-4	55	2
3-5	81	2
4-5	37	1

 $P = 60, 53, 69.$ **Задача 5.2.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	51	3
1-3	81	3
1-4	74	2
1-5	58	2
2-3	48	3
2-4	75	2
2-5	91	2
3-4	48	1
3-5	88	1
4-5	48	2

 $P = 77, 39, 42.$ **Задача 5.3.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	47	2
1-3	87	2
1-4	81	2
1-5	53	2
2-3	49	2
2-4	69	2
2-5	71	2
3-4	47	2
3-5	80	2
4-5	46	2

 $P = 64, 39, 80.$ **Задача 5.4.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	36	2
1-3	76	2
1-4	68	2
1-5	46	3
2-3	49	1
2-4	65	1
2-5	70	2
3-4	47	2
3-5	84	3
4-5	48	3

 $P = 30, 36, 34.$ **Задача 5.5.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	48	1
1-3	86	1
1-4	77	2
1-5	52	2
2-3	51	2
2-4	65	3
2-5	71	3
3-4	40	3
3-5	76	3
4-5	44	3

 $P = 80, 55, 61.$ **Задача 5.6.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	47	2
1-3	82	1
1-4	80	1
1-5	55	1
2-3	50	1
2-4	73	1
2-5	82	1
3-4	44	1
3-5	85	1
4-5	53	2

 $P = 30, 28, 28.$ **Задача 5.7.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	50	2
1-3	82	2
1-4	64	1
1-5	45	2
2-3	43	3
2-4	64	2
2-5	71	3
3-4	52	2
3-5	79	3
4-5	34	2

 $P = 65, 68, 76.$ **Задача 5.8.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	51	1
1-3	85	2
1-4	76	1
1-5	54	1
2-3	44	3
2-4	67	2
2-5	73	2
3-4	49	1
3-5	77	1
4-5	39	1

 $P = 79, 73, 38.$ **Задача 5.9.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	44	1
1-3	82	1
1-4	67	2
1-5	49	2
2-3	48	1
2-4	63	2
2-5	70	2
3-4	49	3
3-5	78	3
4-5	36	2

 $P = 43, 29, 31.$ **Задача 5.10.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	40	1
1-3	86	2
1-4	81	2
1-5	51	2
2-3	55	2
2-4	72	2
2-5	70	2
3-4	46	3
3-5	82	3
4-5	51	3

 $P = 65, 33, 28.$ **Задача 5.11.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	45	3
1-3	79	2
1-4	74	2
1-5	59	2
2-3	45	2
2-4	72	2
2-5	83	2
3-4	54	2
3-5	86	2
4-5	43	1

 $P = 39, 80, 39.$ **Задача 5.12.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	54	2
1-3	83	1
1-4	74	2
1-5	59	2
2-3	38	2
2-4	62	3
2-5	83	3
3-4	47	2
3-5	87	2
4-5	47	2

 $P = 24, 34, 35.$

Задача 5.13.

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	39	2
1-3	84	3
1-4	67	3
1-5	53	2
2-3	54	2
2-4	62	2
2-5	73	1
3-4	49	3
3-5	85	2
4-5	40	1

 $P = 30, 54, 33.$ **Задача 5.14.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	40	1
1-3	86	2
1-4	75	2
1-5	57	2
2-3	51	2
2-4	57	2
2-5	70	2
3-4	40	3
3-5	84	3
4-5	48	3

 $P = 75, 53, 57.$ **Задача 5.15.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	46	1
1-3	87	1
1-4	86	1
1-5	62	1
2-3	48	1
2-4	69	1
2-5	73	1
3-4	44	1
3-5	78	1
4-5	46	2

 $P = 72, 56, 74.$ **Задача 5.16.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	47	3
1-3	84	3
1-4	71	2
1-5	53	2
2-3	47	3
2-4	67	2
2-5	76	2
3-4	54	2
3-5	84	2
4-5	38	1

 $P = 23, 50, 51.$ **Задача 5.17.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	42	2
1-3	85	2
1-4	67	3
1-5	53	3
2-3	60	1
2-4	69	2
2-5	78	2
3-4	46	3
3-5	82	3
4-5	39	2

 $P = 47, 68, 33.$ **Задача 5.18.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	49	2
1-3	86	2
1-4	69	1
1-5	51	2
2-3	44	3
2-4	54	2
2-5	68	3
3-4	45	2
3-5	80	3
4-5	39	2

 $P = 68, 32, 54.$ **Задача 5.19.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	42	1
1-3	84	1
1-4	76	2
1-5	49	2
2-3	47	1
2-4	60	2
2-5	61	2
3-4	43	3
3-5	75	3
4-5	43	3

 $P = 31, 73, 53.$ **Задача 5.20.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	48	2
1-3	82	1
1-4	81	2
1-5	48	2
2-3	41	1
2-4	67	2
2-5	71	2
3-4	48	2
3-5	83	2
4-5	54	3

 $P = 26, 44, 72.$ **Задача 5.21.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	44	1
1-3	83	2
1-4	74	1
1-5	46	2
2-3	47	2
2-4	64	1
2-5	70	2
3-4	45	1
3-5	84	2
4-5	51	3

 $P = 53, 73, 22.$ **Задача 5.22.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	43	1
1-3	85	1
1-4	74	2
1-5	51	2
2-3	54	1
2-4	64	2
2-5	71	2
3-4	39	3
3-5	81	3
4-5	49	3

 $P = 71, 36, 22.$ **Задача 5.23.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	42	2
1-3	86	2
1-4	70	1
1-5	51	1
2-3	49	2
2-4	57	1
2-5	63	1
3-4	47	2
3-5	78	2
4-5	36	1

 $P = 22, 34, 54.$ **Задача 5.24.**

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	34	2
1-3	76	2
1-4	67	3
1-5	47	2
2-3	48	1
2-4	61	2
2-5	66	1
3-4	48	3
3-5	83	2
4-5	45	1

 $P = 63, 63, 68.$

Задача 5.25.			Задача 5.26.			Задача 5.27.		
Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	46	2	1-2	50	2	1-2	54	2
1-3	87	2	1-3	86	1	1-3	83	2
1-4	82	2	1-4	70	1	1-4	82	2
1-5	57	2	1-5	52	2	1-5	56	1
2-3	54	2	2-3	51	2	2-3	38	3
2-4	75	2	2-4	65	2	2-4	67	3
2-5	79	2	2-5	78	3	2-5	80	2
3-4	48	2	3-4	46	2	3-4	48	2
3-5	83	2	3-5	82	3	3-5	87	1
4-5	47	2	4-5	41	2	4-5	54	2
$P = 30, 50, 72.$			$P = 35, 59, 74.$			$P = 31, 72, 41.$		

Задача 5.28.			Задача 5.29.			Задача 5.30.		
Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	42	1	1-2	51	3	1-2	53	1
1-3	83	1	1-3	83	2	1-3	85	1
1-4	80	1	1-4	86	3	1-4	82	1
1-5	48	2	1-5	63	2	1-5	53	2
2-3	46	1	2-3	47	2	2-3	40	2
2-4	66	1	2-4	78	3	2-4	71	2
2-5	64	2	2-5	88	2	2-5	70	3
3-4	51	2	3-4	49	2	3-4	54	1
3-5	82	3	3-5	86	1	3-5	75	2
4-5	49	3	4-5	53	2	4-5	40	2
$P = 46, 63, 80.$			$P = 66, 44, 42.$			$P = 34, 30, 32.$		

Задача. Задан взвешенный граф K_5 (рис. 1). Найти длину пути муравья в задаче коммивояжера. Начальная вершина 1. Дана последовательность $P = 65, 61, 35$ случайных чисел, выпавших в при выборе очередной вершины. Расстояния $L_{k,j}$ между вершинами k, j и интенсивность феромона $\tau_{k,j}$ на ребре $[k, j]$ заданы в таблице

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1-2	38	3	2-4	61	1
1-3	74	2	2-5	72	1
1-4	59	2	3-4	49	2
1-5	45	2	3-5	85	2
2-3	46	1	4-5	42	1

Секторы вероятности перехода сортировать по возрастанию номеров вершин. Использовать формулу (3.1) вероятности перехода из вершины k в j .

Решение

1. В начале движения из вершины 1 муравей имеет четыре возможные пути: в вершину 2, 3, 4 или 5. Вычислим вероятности перехода в эти вершины

$$P_{1,2} = 100 \frac{3/38}{3/38 + 2/74 + 2/59 + 2/45} = \frac{7.9}{0.18} = 42.83,$$

$$P_{1,3} = 100 \frac{2/74}{0.18} = \frac{2.7}{0.18} = 14.66,$$

$$P_{1,4} = 100 \frac{2/59}{0.18} = \frac{3.39}{0.18} = 18.4,$$

$$P_{1,5} = 100 \frac{2/45}{0.18} = \frac{4.44}{0.18} = 24.11$$

Вычисляем границы четырех секторов $[p'_j, p''_j]$, $j = 2, 3, 4, 5$ вероятностей:

$$p'_2 = 0, \quad p''_2 = P_{1,2} = 42.83,$$

$$p'_3 = p''_2 + P_{1,3} = 57.5,$$

$$p'_4 = p''_3 + P_{1,4} = 75.89,$$

$$p'_5 = p''_4 + P_{1,5} = 100.$$

Таким образом, отрезок $[0, 100]$ разбился на четыре участка

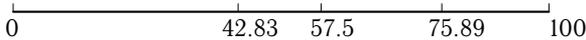


Рис. 2

Остается запустить генератор случайных чисел и узнать, куда попадет случайное число. В нашем случае генератор дает $P_1 = 65$, что указывает на третий участок $57.5 < 65 < 75.89$. Следовательно, муравей должен направится к вершине 4.

2. Из вершины 4 только три возможные пути: 4-2, 4-3, 4-5. Пройденная вершина 1 попадает в *tabu-list* (список запрещенных вершин)

Вероятности перехода в эти вершины

$$P_{4,2} = 100 \frac{1/61}{1/61 + 2/49 + 1/42} = \frac{1.64}{0.081} = 20.23,$$

$$P_{4,3} = 100 \frac{2/49}{0.18} = \frac{4.08}{0.081} = 50.38,$$

$$P_{4,5} = 100 \frac{1/42}{0.18} = \frac{2.38}{0.081} = 23.39$$

Вычисляем границы четырех секторов $[p'_j, p''_j]$, $j = 2, 3, 5$ вероятностей:

$$\begin{aligned} p'_2 &= 0, \quad p''_2 = P_{4,2} = 20.23, \\ p'_3 &= p''_2 + P_{4,3} = 70.71, \\ p'_5 &= p''_3 + P_{4,5} = 100. \end{aligned}$$

Таким образом, отрезок $[0, 100]$ разбился на три участка

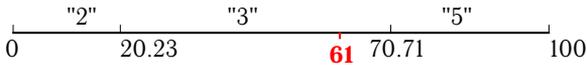


Рис. 3

Случайное число $P_2 = 61$, полученное генератором случайных чисел попадает на второй участок. Этот участок указывает на вершину 3. Далее муравей будет выбирать маршрут из этой вершины.

3. При выходе из вершины 3 имеется только две возможности — направится в вершину 2 или 5. Остальные вершины попадают в tabu-list. Оценим возможности перехода:

$$\begin{aligned} P_{3,2} &= 100 \frac{1/46}{1/46 + 2/85} = \frac{2.17}{0.045} = 48.02, \\ P_{3,5} &= 100 \frac{2/85}{0.18} = \frac{2.35}{0.045} = 51.98 \end{aligned}$$

Таким образом, отрезок $[0, 100]$ разбился на два участка



Рис. 4

Случайное число $P_3 = 35$, полученное генератором случайных чисел указывает на вершину 2.

4. В вершине 2 выбор делать не приходится. Все вершины, кроме 5 попали tabu-list, поэтому дальнейший путь муравья очевиден. Сначала он идет в вершину 5, а затем завершает маршрут в 1, там, откуда он и вышел. Общая длина маршрута 1-4-3-2-5-1 равна $L_{1,4} + L_{4,3} + L_{3,2} + L_{2,5} + L_{5,1} = 59 + 49 + 46 + 72 + 45 = 271$.

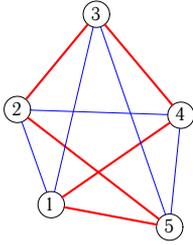


Рис. 5

3.2. Муравьиные алгоритмы. Два цикла.

Задача коммивояжера решается с помощью муравьиного алгоритма. Первый муравей выходит из вершины 1 по ребрам графа с равномерным слоем феромона $\tau_{k,j} = 1$. После прохождения гамильтонова цикла по следу муравья добавляется феромон интенсивностью $100/L_1$, где L_1 — длина его пути. Второй муравей также выходит из вершины 1. Дана последовательность P случайных чисел, выпавших в при выборе очередной вершины и расстояния $L_{k,j}$ между вершинами k, j . Секторы вероятности перехода сортировать по возрастанию номеров вершин. Использовать формулу (3.1) вероятности перехода из вершины k в j при $\alpha = 1, \beta = 1, \eta_{k,j} = 1/L_{k,j}$. Найти длину пути L_2 второго муравья.

Задача 6.1.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	38
1 – 3	85
1 – 4	85
1 – 5	54
2 – 3	55
2 – 4	78
2 – 5	72
3 – 4	54
3 – 5	84
4 – 5	50

$P = 33, 75, 30, 78, 37, 83.$

Задача 6.2.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	52
1 – 3	85
1 – 4	80
1 – 5	68
2 – 3	39
2 – 4	68
2 – 5	86
3 – 4	55
3 – 5	89
4 – 5	42

$P = 47, 43, 26, 64, 69, 87.$

Задача 6.3.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	44
1 – 3	83
1 – 4	67
1 – 5	51
2 – 3	52
2 – 4	63
2 – 5	72
3 – 4	45
3 – 5	77
4 – 5	36

$P = 53, 66, 42, 58, 46, 71.$

Задача 6.4.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	47
1 – 3	80
1 – 4	85
1 – 5	61
2 – 3	42
2 – 4	73
2 – 5	82
3 – 4	51
3 – 5	87
4 – 5	53

$P = 44, 67, 56, 67, 45, 57.$

Задача 6.5.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	45
1 – 3	84
1 – 4	65
1 – 5	41
2 – 3	52
2 – 4	62
2 – 5	69
3 – 4	44
3 – 5	82
4 – 5	44

$P = 73, 36, 68, 38, 76, 45.$

Задача 6.6.

Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	43
1 – 3	85
1 – 4	75
1 – 5	55
2 – 3	55
2 – 4	69
2 – 5	78
3 – 4	44
3 – 5	85
4 – 5	48

$P = 37, 40, 51, 74, 72, 62.$

Задача 6.7.

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	50
1-3	82
1-4	69
1-5	43
2-3	38
2-4	62
2-5	68
3-4	55
3-5	82
4-5	41

 $P = 55, 50, 38, 56, 62, 75.$ **Задача 6.8.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	44
1-3	85
1-4	78
1-5	53
2-3	52
2-4	78
2-5	75
3-4	60
3-5	84
4-5	40

 $P = 70, 68, 48, 41, 44, 65.$ **Задача 6.9.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	36
1-3	79
1-4	67
1-5	49
2-3	48
2-4	55
2-5	64
3-4	44
3-5	82
4-5	45

 $P = 74, 30, 55, 37, 82, 58.$ **Задача 6.10.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	49
1-3	83
1-4	69
1-5	49
2-3	39
2-4	56
2-5	71
3-4	48
3-5	84
4-5	43

 $P = 60, 31, 64, 51, 81, 49.$ **Задача 6.11.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	40
1-3	87
1-4	83
1-5	60
2-3	55
2-4	75
2-5	74
3-4	55
3-5	84
4-5	42

 $P = 43, 35, 63, 68, 77, 50.$ **Задача 6.12.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	45
1-3	82
1-4	78
1-5	54
2-3	44
2-4	71
2-5	73
3-4	57
3-5	83
4-5	41

 $P = 36, 68, 52, 75, 44, 61.$ **Задача 6.13.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	54
1-3	83
1-4	80
1-5	52
2-3	38
2-4	71
2-5	78
3-4	55
3-5	85
4-5	47

 $P = 28, 64, 49, 83, 48, 64.$ **Задача 6.14.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	47
1-3	86
1-4	78
1-5	53
2-3	47
2-4	67
2-5	71
3-4	49
3-5	81
4-5	44

 $P = 27, 56, 42, 84, 56, 71.$ **Задача 6.15.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	42
1-3	86
1-4	91
1-5	67
2-3	55
2-4	83
2-5	85
3-4	52
3-5	88
4-5	52

 $P = 53, 59, 21, 58, 53, 92.$ **Задача 6.16.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	50
1-3	84
1-4	81
1-5	53
2-3	39
2-4	66
2-5	73
3-4	54
3-5	85
4-5	48

 $P = 52, 71, 51, 59, 41, 62.$ **Задача 6.17.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	45
1-3	84
1-4	73
1-5	55
2-3	48
2-4	62
2-5	76
3-4	42
3-5	84
4-5	47

 $P = 52, 69, 66, 59, 43, 47.$ **Задача 6.18.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	45
1-3	82
1-4	76
1-5	53
2-3	44
2-4	63
2-5	72
3-4	48
3-5	85
4-5	49

 $P = 35, 25, 77, 76, 87, 36.$

Задача 6.19.

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	53
1-3	84
1-4	79
1-5	44
2-3	49
2-4	73
2-5	77
3-4	43
3-5	80
4-5	53

 $P = 40, 64, 22, 71, 48, 91.$ **Задача 6.20.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	50
1-3	82
1-4	77
1-5	53
2-3	46
2-4	69
2-5	81
3-4	44
3-5	84
4-5	52

 $P = 55, 67, 49, 56, 45, 64.$ **Задача 6.21.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	36
1-3	77
1-4	69
1-5	55
2-3	51
2-4	61
2-5	75
3-4	39
3-5	84
4-5	51

 $P = 68, 77, 41, 43, 35, 72.$ **Задача 6.22.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	41
1-3	85
1-4	84
1-5	63
2-3	51
2-4	73
2-5	79
3-4	48
3-5	85
4-5	49

 $P = 22, 24, 45, 89, 88, 68.$ **Задача 6.23.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	48
1-3	85
1-4	79
1-5	54
2-3	48
2-4	71
2-5	77
3-4	48
3-5	84
4-5	48

 $P = 64, 43, 67, 47, 69, 46.$ **Задача 6.24.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	45
1-3	87
1-4	87
1-5	59
2-3	50
2-4	73
2-5	71
3-4	50
3-5	79
4-5	45

 $P = 68, 57, 50, 43, 55, 63.$ **Задача 6.25.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	40
1-3	87
1-4	75
1-5	53
2-3	55
2-4	67
2-5	67
3-4	50
3-5	78
4-5	37

 $P = 24, 69, 38, 87, 43, 75.$ **Задача 6.26.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	42
1-3	81
1-4	80
1-5	51
2-3	48
2-4	75
2-5	75
3-4	54
3-5	85
4-5	51

 $P = 68, 23, 42, 43, 89, 71.$ **Задача 6.27.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	38
1-3	83
1-4	70
1-5	50
2-3	55
2-4	67
2-5	72
3-4	49
3-5	85
4-5	44

 $P = 53, 61, 36, 58, 51, 77.$ **Задача 6.28.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	36
1-3	76
1-4	64
1-5	43
2-3	50
2-4	67
2-5	68
3-4	55
3-5	84
4-5	42

 $P = 74, 50, 72, 37, 62, 41.$ **Задача 6.29.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	48
1-3	76
1-4	65
1-5	53
2-3	46
2-4	69
2-5	86
3-4	47
3-5	86
4-5	46

 $P = 21, 37, 74, 90, 75, 39.$ **Задача 6.30.**

Ребро	$L_{k,j}$
1-2	46
1-3	80
1-4	74
1-5	46
2-3	46
2-4	67
2-5	73
3-4	44
3-5	82
4-5	51

 $P = 30, 56, 77, 81, 56, 36.$

Задача. Кратчайший гамильтонов цикл разыскивается с помощью муравьиного алгоритма. Первый муравей выходит из вершины 1 по ребрам графа с равномерным слоем феромона $\tau_{k,j} = 1$ (рис. 1). После прохождения цикла по следу муравья добавляется феромон интенсив-

ностью $100/L_1$, где L_1 — длина его пути. Второй муравей также выходит из вершины 1. Дана последовательность $P = 24, 46, 74, 66, 39, 39$ случайных чисел, выпавших в при выборе очередной вершины и расстояния $L_{k,j}$ между вершинами k, j :

Ребро	$L_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$
1 – 2	39	2 – 4	69
1 – 3	74	2 – 5	75
1 – 4	73	3 – 4	50
1 – 5	51	3 – 5	85
2 – 3	44	4 – 5	49

Секторы вероятности перехода сортировать по возрастанию номеров вершин. Использовать формулу (3.1) вероятности перехода из вершины k в j при $\alpha = 1, \beta = 1, \eta_{k,j} = 1/L_{k,j}$. Найти длину пути L_2 второго муравья.

Решение

1. В начале движения из вершины 1 муравей имеет четыре возможные пути: в вершину 2, 3, 4 или 5. По формуле (3.1) вычисляем вероятности перехода в эти вершины

$$P_{1,2} = 100 \frac{1/39}{1/39 + 1/74 + 1/73 + 1/51} = \frac{2.56}{0.0724} = 35.39,$$

$$P_{1,3} = 100 \frac{1/74}{0.0724} = \frac{1.35}{0.0724} = 18.65,$$

$$P_{1,4} = 100 \frac{1/73}{0.0724} = \frac{1.36}{0.0724} = 18.90,$$

$$P_{1,5} = 100 \frac{1/51}{0.0724} = \frac{4.44}{0.0724} = 27.06$$

Получаем границы четырех секторов $[p'_j, p''_j]$, $j = 2, 3, 4, 5$ вероятностей:

$$p'_2 = 0, \quad p''_2 = P_{1,2} = 35.39,$$

$$p'_3 = p''_2 + P_{1,3} = 54.04,$$

$$p'_4 = p'_3 + P_{1,4} = 72.94,$$

$$p'_5 = p'_4 + P_{1,5} = 100.$$

Таким образом, отрезок $[0, 100]$ разбился на четыре участка: $[0, 35.39]$, $[35.39, 54.04]$, $[54.04, 72.94]$, $[72.94, 100]$. Генератор случайных чисел выдает значение 24, что соответствует первому участку

$$0 < 24 < 35.39,$$

связанному с вершиной 2. Муравей должен направится к вершине 2.

2. Из вершины 2 имеются только три возможные пути: 2-3, 2-4, 2-5. Вычисляя аналогичным образом вероятности перехода в эти вершины $P_{2,3} = 44.96$, $P_{2,4} = 28.67$, $P_{2,5} = 26.37$, разбиваем отрезок $[0, 100]$ на три сектора $[0, 44.96]$, $[44.96, 73.63]$, $[73.63, 100]$. Случайное число $P_2 = 46$, полученное генератором случайных чисел попадает на второй участок. Этот участок указывает на вершину 4. Далее муравей будет выбирать маршрут из этой вершины.

3. При выходе из вершины 4 остается только две возможности — либо направится в вершину 3 либо в 5. Оценим возможности перехода: $P_{4,2} = 49.5$, $P_{4,5} = 50.5$.

Случайное число $P_3 = 74$, полученное генератором случайных чисел указывает на вершину 5. Из вершины 5 есть только один путь в начальную вершину 1, поэтому генератор случайных чисел здесь не требуется. Муравей замыкает путь в вершине 1, проходя через вершину 3 (рис. 6).

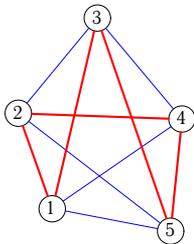


Рис. 6

Общая длина маршрута 1-2-4-5-3-1 равна $L_{1,2} + L_{2,4} + L_{4,5} + L_{5,3} + L_{3,1} = 39 + 69 + 49 + 85 + 74 = 316$.

4. Первый муравей, пройдя весь путь, помечает его феромоном. Чем длиннее путь, тем след феромона меньше. В нашем случае по маршруту 1-2-4-5-3-1 надо добавить $\Delta\tau = 100/L_1 = 100/316 = 0.32$. Информационная таблица, отображающая длины ребер и толщину следа, для второго муравья примет вид

Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$	Ребро	$L_{k,j}$	$\tau_{k,j}$
1 – 2	39	1.32	2 – 4	69	1.32
1 – 3	74	1.32	2 – 5	75	1
1 – 4	73	1	3 – 4	50	1
1 – 5	51	1	3 – 5	85	1.32
2 – 3	44	1	4 – 5	49	1.32

5. В начале движения из вершины 1 второй муравей, как и первый, опять имеет четыре возможные пути: в вершину 2, 3, 4 или 5. Вычислим вероятности перехода в эти вершины с учетом нового значения

феромона

$$P_{1,2} = 100 \frac{1.32/39}{1.32/39 + 1.32/74 + 1/73 + 1/51} = \frac{3.37}{0.0848} = 39.78,$$

$$P_{1,3} = 100 \frac{1.32/74}{0.0848} = 20.97,$$

$$P_{1,4} = 100 \frac{1/73}{0.0848} = 16.14,$$

$$P_{1,5} = 100 \frac{1/51}{0.0848} = 23.11$$

Полученные значения разбивают отрезок $[0, 100]$ на четыре участка: $[0, 39.78]$, $[39.78, 60.75]$, $[60.75, 76.9]$, $[76.9, 100]$. Используем очередное число $P_4 = 66$, выработанное генератором случайных чисел. Очевидно, $60.75 < 66 < 76.90$. Это неравенство указывает на третий участок, соответствующий вершине 4. Далее муравей должен направится к этой вершине. Продолжая описанный алгоритм, получаем маршрут второго муравья (рис. 5): 1-4-3-2-5-1. Его длина $L_{1,4} + L_{4,3} + L_{3,2} + L_{2,5} + L_{5,1} = 73 + 50 + 44 + 75 + 51 = 293$.

3.3. Алгоритм отжига

Найти длину гамильтонова цикла S_4 в полном графе K_6 после четырех циклов решения задачи методом отжига. Даны расстояния $L_{i,j}$ между вершинами. Даны также: начальная последовательность вершин L_0 , последовательность замен вершин \mathbf{Z} и выпавшие при этом вероятности перехода \mathbf{P}_k , $k = 1, \dots, 4$. Переход на худшее ($\Delta S_k = S_k - S_{k-1} > 0$) решение допустим, если

$$P_* = 100e^{-\Delta S_k/T_k} > P_k, \quad (3.2)$$

где снижение температуры происходит по закону $T_{k+1} = 0.5T_k$ от $T_1 = 100$.

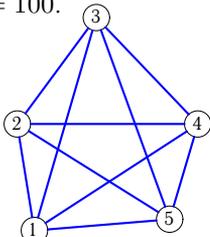


Рис. 7