

Арки различаются формой и видом наложенных связей. Трехшарнирная статически определимая арка состоит из двух шарнирно опертых, как правило симметричных частей, соединенных шарниром<sup>1</sup>. Арки относятся к распорным конструкциям — действие вертикальной нагрузки вызывает в них горизонтальные реакции в опорах. В балках и балочных фермах этого эффекта нет.

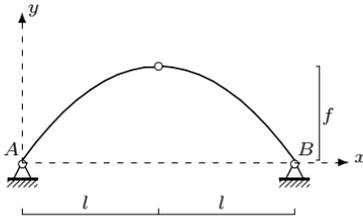


Рис. 77

**Постановка задачи.** Построить эпюры моментов, перерезывающих и нормальных сил в трехшарнирной арке заданной формы.

Будем рассматривать симметричную арку пролетом  $2l$  с высотой (стрелой)  $f$  (рис. 77). Начало координат поместим в левую опору.

### План решения

1. Определяем вертикальные реакции  $V_A$ ,  $V_B$  опор арки.
2. Определяем распор  $H$  в арке.
3. Строим балочные эпюры моментов  $M_0$  и перерезывающих сил  $Q_0$ . Вычисляем значения  $M_0$  и  $Q_0$  в координатах (точках разбиения пролета арки)  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .
4. Вычисляем вспомогательные величины

$$\operatorname{tg} \varphi_i = y'_i, \quad \sin \varphi_i = \operatorname{tg} \varphi_i / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_i}, \quad \cos \varphi_i = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_i}, \quad (5.13)$$

где для параболической арки с началом координат в левой опоре

$$y_i = f x_i(2l - x_i)/l^2, \quad y'_i = 2f(l - x_i)/l^2, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.14)$$

5. По формуле  $M(x_i) = M_0(x_i) - y(x_i)H$ ,  $i = 1, \dots, n$  строим эпюру моментов  $M$  в арке.

6. По формуле  $Q = Q_0 \cos \varphi - H \sin \varphi$  строим эпюру перерезывающих сил  $Q$  в арке.

7. По формуле  $N = -Q_0 \sin \varphi - H \cos \varphi$  строим эпюру нормальных сил  $N$  в арке.

**Пример.** Построить эпюры моментов, перерезывающих и нормальных сил в трехшарнирной арке параболической формы. (78). Даны нагрузки  $q = 2$  кН/м,  $P_1 = 9$  кН,  $P_2 = 6$  кН. Размеры указаны в метрах. Для  $x_1 = 10$  м вычислить значения  $M(x_1)$ ,  $Q(x_1)$ ,  $N(x_1)$ . Начало координат находится на левой опоре арки.

### Решение

<sup>1</sup>Опорные шарниры называются пятами арки, сочленяющий шарнир — ключом арки.

1. Определяем вертикальные реакции  $V_A$ ,  $V_B$  опор арки. Освобождаем арку от внешних связей (пятых опор), заменяя их действие реакциями  $V_A$ ,  $V_B$  и распором  $H$ . В отсутствии внешних горизонтальных нагрузок горизонтальные реакции равны и противоположно направлены (рис. 79). В тех случаях, когда опоры арки находятся на одном уровне,

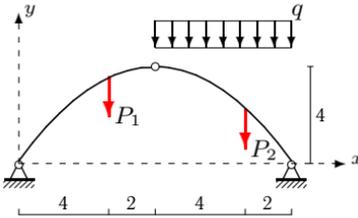


Рис. 78

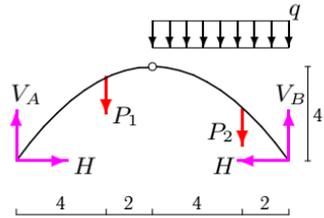


Рис. 79

для определения вертикальных составляющих реакций не требуется разбивать арку на части. Составляем уравнения моментов относительно опор

$$\begin{aligned}\sum M_A &= V_B \cdot 12 - q \cdot 6 \cdot 9 - P_1 \cdot 4 - P_2 \cdot 10 = 0, \\ \sum M_B &= -V_A \cdot 12 + q \cdot 6 \cdot 3 + P_1 \cdot 8 + P_2 \cdot 2 = 0.\end{aligned}$$

Решаем уравнения:  $V_A = 10$  кН,  $V_B = 17$  кН. Выполняем проверку решения. Составляем уравнение проекций на ось  $y$ :

$$\sum Y = V_A + V_B - P_1 - P_2 - q \cdot 6 = 10 + 17 - 9 - 6 - 12 = 0.$$

2. Определяем распор  $H$  в арке. Разделяем арку по внутреннему шарниру на две части. Рассматриваем равновесие одной из частей, например, левой (рис. 80).

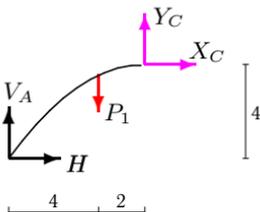


Рис. 80

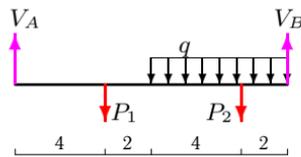


Рис. 81

Действие отброшенной части заменяем неизвестными реакциями связи  $Y_C$ ,  $X_C$ . Составляем сумму моментов сил, действующих на левую