

Задача. На конструкцию, состоящую из трех шарнирно соединенных частей, действуют силы $F = 2$ кН, $P = 1$ кН и момент $M = 3$ кНм. Конструкция опирается на неподвижные шарниры в точках A и B и вертикальный стержень в C (рис. 16). Найти реакции опор.

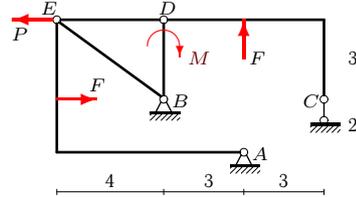


Рис. 16

Решение

Разделим конструкцию по шарнирам на три части и рассмотрим равновесие каждой из них. Действие опор заменим их реакциями. Реакции внутренних шарниров, соединяющих части, приложим к каждой из частей во взаимно противоположных направлениях¹. Силу P , действующую одновременно и на часть AE и на часть BDE , отнесем произвольно к любому из тел, например, AE (рис. 17). Внешние реакции не зависят от выбора части, к которой приложена P , более того, можно даже разбить силу на две — одну половину приложить к одной части, другую — к другой. Рассмотрим равновесие части AE .

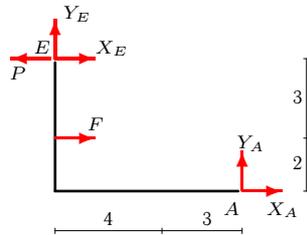


Рис. 17

Действие неподвижной шарнирной опоры в A заменим двумя реакциями X_A , Y_A . Внутренний шарнир E также заменим двумя реакциями X_E , Y_E . Запишем уравнения равновесия части AE :

$$\begin{aligned} \sum X_k &= X_A + X_E + F - P = 0, \\ \sum Y_k &= Y_A + Y_E = 0, \\ \sum M_E &= 5X_A + 7Y_A + 3F = 0. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Выделим из конструкции треугольник BDE . Приложим внешний момент и реакции опор. Реакции реакциями X_E и Y_E направим в стро-

¹Если в шарнире соединены два тела, то выбор взаимно противоположных направлений очевиден. А что делать, если шарниром соединены три тела? Ответ на этот вопрос дан в решении примера на с. 31.

ну,

противоположную

рис.

17.

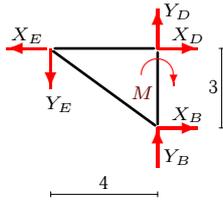


Рис. 18

Запишем уравнения равновесия части BDE:

$$\begin{aligned}\sum X_k &= X_B - X_E + X_D = 0, \\ \sum Y_k &= Y_B + Y_D - Y_E = 0, \\ \sum M_E &= 3X_B + 4Y_B + 4Y_D - M = 0.\end{aligned}\quad (1.18)$$

Рассмотрим равновесие части DC (рис. 19). Реакция Y_C вертикального опорного стержня направлена вдоль стержня (направить реакцию можно и вверх и вниз, но предпочтительней выбирать направление оси координат). Реакции X_D , Y_D направляем в сторону, противоположную рис. 18.

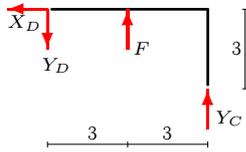


Рис. 19

Запишем уравнения равновесия части DC:

$$\begin{aligned}\sum X_k &= -X_D = 0, \\ \sum Y_k &= Y_C - Y_D + F = 0, \\ \sum M_E &= 6Y_C + 3F = 0.\end{aligned}\quad (1.19)$$

Решаем систему девяти уравнений (1.17) – (1.19). Получаем значения искомых реакции: $X_A = -18$ кН, $Y_A = 12$ кН, $X_B = 17$ кН, $Y_B = -13$ кН, $Y_C = -1$ кН, $X_D = 0$, $Y_D = 1$ кН, $Y_E = -12$ кН, $X_E = 17$ кН.

Проверка. Проверим равенство нулю суммы моментов всех сил, приложенных к раме, включая реакции опор, относительно точки E (рис. 20). Реакции внутренних шарниров приложены к

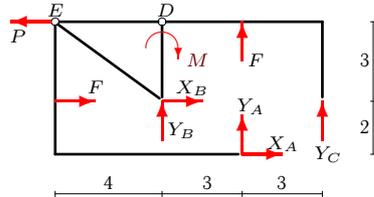


Рис. 20

отдельным частям рамы, в условии равновесия всей рамы в целом они не входят, и проверить таким образом их нельзя. При необходимости можно выполнить проверку выделяя из рамы не три, а две части (две возможные комбинации: $AE + BDE$ и CD , AE и $BDE + CD$) и проверяя их равновесие. Итак, имеем сумму:

$$\begin{aligned} \sum M_E &= 5X_A + 7Y_A + 3F + 3X_B + 4Y_B - M + 7F + 10Y_C = \\ &= -90 + 84 + 6 + 51 - 52 - 3 + 14 - 10 = 0. \end{aligned}$$

Проверка выполнена. Реакции найдены правильно. Заметим, что проверка равенства нулю суммы проекций всех сил, приложенных к раме в целом, на ось x или y не является эффективной. Фактически эти суммы будут состоять из сумм уравнений проекций из систем (1.17), (1.18), (1.19), и вероятные ошибки в уравнениях моментов никак не повлияют на равенство нулю в такой проверке.

С3. Простая составная конструкция из трех тел

Условия задач

Конструкция состоит из трех тел, соединенных одним шарниром и стержнем 1. Приложены две одинаковые по величине силы и момент. В точке A конструкция крепится к основанию неподвижной шарнирной опорой, в точках B и C — горизонтальным и вертикальными опорными стержнями. Размеры на рисунке даны в метрах. Найти реакции опор и усилие в стержне 1. Размеры даны в метрах.