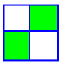
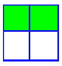
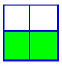
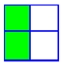
вниз. Даны начальные весовые значения

$$W = \left| \begin{array}{cccc} 0.2 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.6 & 0.6 & 0.3 \end{array} \right|$$

и норма обучения $\eta = 0.8$. Используя евклидову метрику, определить принадлежность образцов кластерным элементам и вычислить весовые значения после первого цикла обработки данных.

1)  2)  3)  4) 

Решение

Обозначим векторные элементы (тестируемые образцы), подлежащие кластеризации как $\vec{X}_i$. В соответствии с принятым правилом кодировки имеем четыре вектора $\vec{X}_1 = \{0, 1, 1, 0\}$, $\vec{X}_2 = \{1, 1, 0, 0\}$, $\vec{X}_3 = \{0, 0, 1, 1\}$, $\vec{X}_4 = \{1, 0, 1, 0\}$. Исходную матрицу весовых элементов кластеров представим в виде двух векторов $\vec{W}_1 = \{0.2, 0.4, 0.1, 0.1\}$, $\vec{W}_2 = \{0.5, 0.6, 0.6, 0.3\}$. Пусть $\delta_{i,j}$ — мера близости между образцом i и кластером j. По условию задачи принято

$$\delta_{i,j} = \sum_{k=1}^{4} (x_{i,k} - w_{j,k})^2.$$

Сравним образец $\vec{X}_1$ с кластерами $\vec{W}_1$ и $\vec{W}_2$. Вычислим

$$\delta_{1,1} = (0 - 0.2)^2 + (1 - 0.4)^2 + (1 - 0.1)^2 + (0 - 0.1)^2 = 1.22,$$
$$\delta_{1,2} = (0 - 0.5)^2 + (1 - 0.6)^2 + (1 - 0.6)^2 + (0 - 0.3)^2 = 0.66.$$

Очевидно, образец $\vec{X}_1$ ближе к кластеру $\vec{W}_2$. Следовательно, этот кластер (*победитель*) необходимо приблизить к вектору $\vec{X}_1$:

$$\vec{W}_2' = \vec{W}_2 - \eta(\vec{W}_2 - \vec{X}_1).$$

При $\eta = 0$ приближения не происходит, а при $\eta = 1$ обновленный кластер совпадет с вектором. Имеем: $w'_{2,1} = 0.5 - 0.8(0.5 - 0) = 0.1$, $w'_{2,2} = 0.6 - 0.8(0.6 - 1) = 0.92$, $w'_{2,3} = 0.6 - 0.8(0.6 - 1) = 0.92$, $w'_{2,4} = 0.3 - 0.8(0.3 - 0) = 0.06$. Таким образом, матрица весовых коэффициентов примет вид

$$W = \left| \begin{array}{cccc} 0.2 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.92 & 0.92 & 0.06 \end{array} \right|.$$

Сравним теперь образец $\vec{X}_2$ с кластерами $\vec{W}_1$ и $\vec{W}_2'$. Вычислим

$$\delta_{2,1} = (1-0.2)^2 + (1-0.4)^2 + (0-0.1)^2 + (0-0.1)^2 = 1.02,$$
$$\delta_{2,2} = (1-0.1)^2 + (1-0.92)^2 + (0-0.92)^2 + (0-0.06)^2 = 1.67.$$

Очевидно, образец $\vec{X}_2$ ближе к кластеру $\vec{W}_1$. Приближаем этот кластер к вектору $\vec{X}_2$:

$$\vec{W}_1' = \vec{W}_1 - \eta(\vec{W}_1 - \vec{X}_2)$$

Имеем: $w_{1,1}' = 0.2 - 0.8(0.2-1) = 0.84$, $w_{1,2}' = 0.4 - 0.8(0.4-1) = 0.88$, $w_{1,3}' = 0.1 - 0.8(0.1-0) = 0.02$, $w_{1,4}' = 0.1 - 0.8(0.1-0) = 0.02$. Аналогично, для вектора $\vec{X}_3$ получаем

$$\delta_{3,1} = (0-0.84)^2 + (0-0.88)^2 + (1-0.02)^2 + (1-0.02)^2 = 3.4,$$
$$\delta_{3,2} = (0-0.1)^2 + (0-0.92)^2 + (1-0.92)^2 + (1-0.06)^2 = 1.75.$$

Второй кластер оказался ближе к вектору $\vec{X}_3$. Изменяем этот кластер $w_{2,1}' = 0.1 - 0.8(0.1-0) = 0.02$, $w_{2,2}' = 0.92 - 0.8(0.92-0) = 0.18$, $w_{2,3}' = 0.92 - 0.8(0.92-1) = 0.98$, $w_{2,4}' = 0.06 - 0.8(0.06-1) = 0.81$. И, наконец, последний вектор оказывается ближе ко второму кластеру:

$$\delta_{4,1} = (1-0.84)^2 + (0-0.88)^2 + (1-0.02)^2 + (0-0.02)^2 = 1.76,$$
$$\delta_{4,2} = (1-0.02)^2 + (0-0.18)^2 + (1-0.98)^2 + (0-0.81)^2 = 1.65.$$

Меняем этот кластер (правда, уже формально, так как задача по кластеризации уже решена) и получаем $w_{2,1}' = 0.02 - 0.8(0.02-1) = 0.8$, $w_{2,2}' = 0.18 - 0.8(0.18-0) = 0.04$, $w_{2,3}' = 0.98 - 0.8(0.98-1) = 1$, $w_{2,4}' = 0.81 - 0.8(0.81-0) = 0.16$. Результат (последовательность кластеров-победителей и сформировавшиеся весовые коэффициенты сети) заносим в таблицу

№		W							
1	2, 1, 2, 2	0.840	0.880	0.020	0.020	0.804	0.037	0.997	0.162