

### 3.4. Генетический алгоритм поиска экстремума

Дана начальная популяция из четырех хромосом с двумя генами  $x$  и  $y$ . Показатель качества хромосомы оценивается функцией  $Z$ . На каждом этапе хромосома  $a$  с высшим качеством порождает четыре новых хромосомы  $b_1, c_1, b_2, c_2$ , обмениваясь генами с двумя хромосомами  $b$  и  $c$  более низкого качества по указанной схеме. При равном качестве хромосом предпочтение отдается хромосоме с большим номером. Последняя хромосома (с низшим качеством) выбывает из популяции.

Найти максимальный показатель качества хромосомы в популяции и общее качество популяции после четырех этапов эволюции.

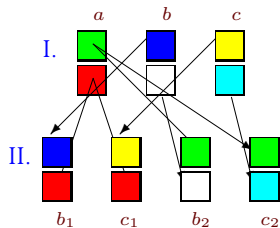


Рис. 14

**Задача 9.25.**

$$\begin{array}{cccc} x & -1 & 0 & 2 & 4 \\ y & -2 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$Z = \frac{x + 2y}{x^2 + 3y^2 + 1}$$

**Задача 9.26.**

$$\begin{array}{cccc} x & -1 & 0 & 2 & 4 \\ y & 0 & -1 & 1 & 2 \end{array}$$

$$Z = \frac{x - 2y - 2}{2x^2 + 2y^2 + 1}$$

**Задача 9.27.**

$$\begin{array}{cccc} x & -1 & 0 & 2 & 4 \\ y & -2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$Z = \frac{x - 3y - 2}{x^2 + y^2 + 1}$$

**Задача 9.28.**

$$\begin{array}{cccc} x & -1 & 0 & 2 & 3 \\ y & -2 & 1 & 0 & -1 \end{array}$$

$$Z = \frac{x + 3y + 3}{3x^2 + 2y^2 + 1}$$

**Задача 9.29.**

$$\begin{array}{cccc} x & -4 & -2 & 0 & 1 \\ y & 1 & 2 & 0 & 3 \end{array}$$

$$Z = \frac{x - y + 2}{2x^2 + 3y^2 + 1}$$

**Задача 9.30.**

$$\begin{array}{cccc} x & -1 & 0 & 2 & 4 \\ y & 0 & -1 & 1 & 2 \end{array}$$

$$Z = \frac{x + y - 2}{x^2 + 3y^2 + 1}$$

**Задача.** Дана начальная популяция из четырех хромосом с двумя генами  $x$  и  $y$  (рис. 15).

$$\begin{array}{cccc} x & -2 & -1 & 0 & 2 \\ y & 0 & -2 & -1 & 1 \end{array}$$

**Рис. 15**

Показатель качества хромосомы оценивается функцией

$$Z = \frac{x}{x^2 + 2y^2 + 1}$$

При равном качестве хромосом предпочтение отдается хромосоме с большим номером. На каждом этапе хромосома  $a$  с высшим качеством порождает четыре новых хромосомы  $b_1, c_1, b_2, c_2$ , обмениваясь генами с двумя хромосомами  $b$  и  $c$  более низкого качества по указанной схеме (рис. 14). Последняя хромосома (с низшим качеством) выбывает из популяции. Найти максимальный показатель качества хромосомы в популяции и общее качество популяции после четырех этапов эволюции.

**Решение**

1. Вычисляем качество каждой хромосомы

$Z_1 = (-2)/(4 + 0 + 1) = -0.4$ ,  $Z_2 = (-1)/(1 + 2 \cdot 4 + 1) = -0.1$ ,  $Z_3 = 0$ ,  $Z_4 = 2/(4 + 2 \cdot 1 + 1) = 0.286$ . Суммарное качество  $-0.4 - 0.1 + 0 + 0.286 = -0.214$ .

2. Сортируем хромосомы по убыванию качества. Хромосомой  $a$  с высшим качеством назначается четвертая хромосома (качество 0.286). Хромосома 1 с низким качеством выбывает из процесса эволюции. Хромосомой  $b$  становится третья, а хромосомой  $c$  четвертая хромосома. По предлагаемой схеме происходит обмен генами в результате чего появляется следующее (второе) поколение (рис. 16)

$x$	-1	0	2	2
$y$	1	1	-2	-1

Рис. 16

$x$	0	2	2	2
$y$	-1	-1	1	-2

Рис. 17

Далее процесс повторяется.

1'. Вычисляем качество каждой хромосомы

$Z_1 = -0.25$ ,  $Z_2 = 0$ ,  $Z_3 = 0.154$ ,  $Z_4 = 0.286$ . Суммарное качество  $-0.25 + 0 + 0.154 + 0.286 = 0.190$ .

2'. Сортируем хромосомы по качеству. Первая хромосома выбывает из дальнейшего процесса, остальные дают следующее потомство (рис. 17).

1". Качество нового поколения  $Z_1 = 0$ ,  $Z_2 = 0.286$ ,  $Z_3 = 0.286$ ,  $Z_4 = 0.154$ . Суммарное качество:  $0 + 0.286 + 0.286 + 0.154 = 0.725$ .

2". Сортируем хромосомы по качеству. Вторая и третья хромосомы имеют одинаковое качество. По условию задачи предпочтение отдается хромосоме с большим номером. Итак, третья хромосома со второй и четвертой дают следующее потомство

$x$	2	2	2	2
$y$	1	1	-2	-1

Рис. 18

1"". Четвертый и последний этап эволюции. Вычисляем качество хромосом нового поколения  $Z_1 = 0.286$ ,  $Z_2 = 0.286$ ,  $Z_3 = 0.154$ ,  $Z_4 = 0.286$ . Качество лучшей хромосомы (их здесь три) равно 0.286.

Суммарное качество:  $0.286 + 0.286 + 0.154 + 0.286 = 1.011$ . Видно, как растет суммарное качество популяции — от  $-0.214$  до  $1.011$ .