Теорема о центре масс системы

Механизм, состоящий из пяти тел, установлен на призме 4, скользящей по гладкой плоскости. Нить, соединяющая внешний радиус блока 2 с осью цилиндра 3, катящегося по наклонной боковой поверхности призмы, параллельна этой поверхности; $\alpha = 60°$. Под действием внутренних сил из состояния покоя механизм пришел в движение. Брусок 1, расположенный на двух одинаковых катках 5 и соединенный горизонтальной нитью с внутренним радиусом блока, сместился относительно призмы на расстояние $S = 7$ см. Даны радиусы $R_2 = 4$ см, $r_2 = 2$ см и массы $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг, $m_4 = 4$ кг, $m_5 = 2$ кг. Найти смещение призмы.

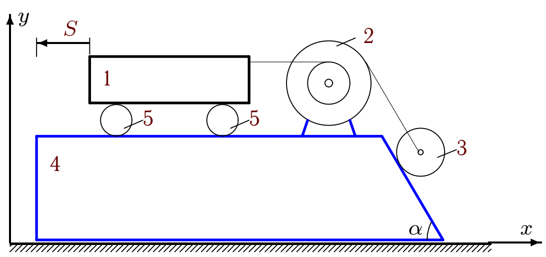

Рис. 1

Решение

Из теоремы о движении центра масс системы следует $ma_{cx} = F_x^e$, где a_{cx} — ускорение центра масс системы по оси x, m — масса всей системы. По условию задачи плоскость, по которой скользит призма, гладкая, трения и других внешних горизонтальных сил нет[1]. Отсюда $F_x^e = 0$ и $ma_{cx} = 0$. Интегрируя это уравнение при нулевой

[1]Для того, чтобы лучше понять суть решаемой задачи, можно представить, что призма находится на гладкой отполированной, хорошо смазанной поверхности, а еще лучше, что она закреплена на плава-

начальной скорости, получаем $mv_{cx} = 0$. Еще раз интегрируем: mx_{cx} =const. Это означает, что в данном случае центр масс имеет постоянное положение. Следовательно, с учетом формулы для координаты центра масс, получаем $mx_{cx} = \sum\limits_{i=1}^{5} m_i x_i$ =const, или

$$\sum_{i=1}^{5} m_i \Delta x_i = 0, \tag{1}$$

где Δx_i, $i = 1, ..., 5$ — смещения центров масс тел системы. Смещения всех тел представим в виде суммы относительных смещений и переносного смещения призмы, которое обозначим за δ и направим направо. Рассмотрим относительные смещения отдельных тел. Смещение бруска 1 по условию задачи равно S, блок 2 относительно призмы не смещается. Смещение цилиндров 5 вдвое меньше смещения бруска (точки касания цилиндров являются их МЦС в подвижной системе координат, связанной с призмой), рис. 2. Таким образом, абсолютное смещение цилиндров 5 равно $\delta - S/2$.

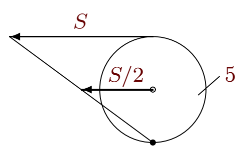

Рис. 2

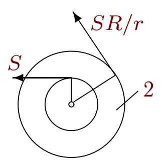

Рис. 3

Для определения относительного смещения цилиндра 3 найдем угол поворота блока: $\varphi = S/r$. Так как нить от цилиндра 3 навита на внешний радиус, то искомое смещение

ющей платформе. Иначе трудно понять, как это за счет смещения тела на призме, сама призма начнет смещаться. Может помочь также собственный опыт выхода с лодки на берег. Лодка в этот момент начинает предательски уходить из под ног.

равно $R\varphi = RS/r$, а в проекции на ось x получим смещение $-RS/r\cos\alpha$. В уравнение теоремы о движении центра масс войдет абсолютное смещение $\delta - RS/r\cos\alpha$. Уравнение (1) примет вид

$$\begin{aligned} m_1(\delta - S) + m_2\delta + m_3(\delta - (R/r)S\cos\alpha) + \\ + m_4\delta + 2m_5(\delta - S/2) = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Отсюда выражаем смещение призмы δ:

$$\delta = S\frac{m_1 + m_3(R/r)\cos\alpha + m_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + 2m_5} = \frac{7\cdot 6}{14} = 3 \text{ см}.$$