**К17.15.**
$\vec{\omega}_e = (2\,\mathrm{tg}(t) + 2, t + 1, \sin(t) + 4)$,
$\vec{\omega}_r = (6\,t + 2, t + 2,\ 9t + 3)$.

**К17.16.**
$\vec{\omega}_e = (t + 3,\ 2\sin(t) + 2, t + 1)$,
$\vec{\omega}_r = (6\,t + 3,\ 7\,t + 1,\ 14\,t + 1)$.

**К17.17.**
$\vec{\omega}_e = (4 - t,\ 3\,t + 1, t + 1)$,
$\vec{\omega}_r = (7\,t + 1,\ 22t + 2,\ 14\,t + 3)$.

**К17.18.**
$\vec{\omega}_e = (3\,t + 3, t + 4,\ 2)$,
$\vec{\omega}_r = (-3\,t,\ 24\,t,\ 21\,t + 3)$.

**К17.19.**
$\vec{\omega}_e = (2, 0, 4 - t)$,
$\vec{\omega}_r = (22\,t + 3, 8\,t + 2,\ 18\,t + 1)$.

**К17.20.**
$\vec{\omega}_e = (t + 1, 4\,t - 1, t + 3)$,
$\vec{\omega}_r = (19t,\ 19t,\ 19t + 3)$.

**К17.21.**
$\vec{\omega}_e = (t + 4,\ 3\,t + 3,\ 3\,t + 3)$,
$\vec{\omega}_r = (-6\,t,\ 17\,t,\ 16\,t + 3)$.

**К17.22.**
$\vec{\omega}_e = (3\,t + 1, 2 - t,\ 3\,t + 3)$,
$\vec{\omega}_r = (7\,t, 4\,t + 2, -5t)$.

**К17.23.**
$\vec{\omega}_e = (2\sin(t) - 1,\ 3\,t + 1,\ 2\,\mathrm{tg}(t))$,
$\vec{\omega}_r = (19t, -6\,t,\ 16\,t + 3)$.

**К17.24.**
$\vec{\omega}_e = (0, 2 - \sin(t), -t + 2)$,
$\vec{\omega}_r = (18\,t + 3,\ 7\,t + 2,\ 7\,t + 1)$.

**К17.25.**
$\vec{\omega}_e = (4\sin(t) - 1,\ 2,\ 2\sin(t))$,
$\vec{\omega}_r = (16\,t + 3, -2t,\ 22t + 2)$.

**К17.26.**
$\vec{\omega}_e = (t+2, -\sin(t)+4,\ 2\sin(t)-1)$,
$\vec{\omega}_r = (20\,t,\ 19t + 3, -8\,t)$.

**К17.27.**
$\vec{\omega}_e = (2\sin(t)+1, 3t+1, 2\sin(t)-1)$,
$\vec{\omega}_r = (18\,t + 2, t + 2,\ 16\,t + 2)$.

**К17.28.**
$\vec{\omega}_e = (t + 1, 4\,t - 1, 4\sin(t) + 1)$,
$\vec{\omega}_r = (17\,t,\ 9t + 1, 1 - 5\,t)$.

**К17.29.**
$\vec{\omega}_e = (t + 4,\ 2\,\mathrm{tg}(t), t + 1)$,
$\vec{\omega}_r = (26\,t + 1, 5t + 3, -3\,t + 2)$.

**К17.30.**
$\vec{\omega}_e = (t + 4, \sin(t) + 4,\ 3\,t + 1)$,
$\vec{\omega}_r = (1 - 2t,\ 2t + 1, 1 - 3\,t)$.

### Пример решения

**Задача.** Тело совершает сложное движение с относительной угловой скоростью $\vec{\omega}_r$ и переносной $\vec{\omega}_e$

$$\vec{\omega}_r = \begin{pmatrix} 3t \\ 2t + 2 \\ 2t \end{pmatrix}, \quad \vec{\omega}_e = \begin{pmatrix} 4\sin(t) + 1 \\ 4t - 1 \\ 2\,\mathrm{tg}(t) + 2 \end{pmatrix}.$$

Найти абсолютное угловое ускорение тела при $t = 0$.

**Решение**

Абсолютная угловая скорость вычисляется по формуле [28]

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_r + \vec{\varepsilon}_e + \vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_r,$$

где вектор $\vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_r$ называется поворотным угловым ускорением. Вычислим угловые ускорения

$$\vec{\varepsilon}_r = d\vec{\omega}_r/dt = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \vec{\varepsilon}_e = d\vec{\omega}_e/dt = \begin{pmatrix} 4\cos(t) \\ 4 \\ 2/\cos^2(t) \end{pmatrix}.$$

Найдем значения всех векторов при $t = 0$

$$\vec{\omega}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \vec{\omega}_e = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \vec{\varepsilon}_r = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \vec{\varepsilon}_e = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Вычислим поворотное угловое ускорение

$$\vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_r = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

В результате имеем абсолютное ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_r + \vec{\varepsilon}_e + \vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_r = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = 9 \text{ c}^{-2}.$$

# Глава 8

## Сферическое движение

Сферическое движение тела или движение тела с одной закрепленной точкой обычно задается углами Эйлера. Пусть $x', y', z'$ — неподвижные оси координат с началом в сферическом шарнире, а оси $x, y, z$ — оси, связанные с телом (рис. 155). Обозначим $OK$ линию пересечения неподвижной плоскости $x'y'$ и подвижной $xy$. Эта линия, называемой линией узлов, и ось $Ox'$ образуют угол *прецессии* $\psi$. Угол *собственного вращения* $\varphi$ определяет поворот тела вокруг оси $Oz$ и отсчитывается от линии узлов до оси $Ox$. Угол *нутации* $\theta$ — это