

$NC = 15$ см, $EH = 30$ см, $FE = 36$ см, $FG = 10$ см, $OA = 30$ см, $KG = 25$ см. Найти скорости всех шарниров механизма.

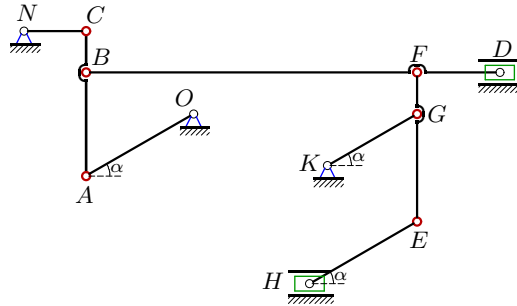


Рис. 183

Задача 71. Механизм состоит из пяти шарнирно соединенных стержней. Три шарнирные опоры крепят механизм к основанию. В указанном положении механизма (рис. 184) известна угловая скорость стержня OA : $\omega_{OA_z} = -6$ с⁻¹. Дано: $OA = 5$ см, $AB = 9$ см, $BC = 8$ см, $BD = 3$ см, $DE = EF = 6$ см, $\cos \alpha = 4/5$. В данный момент стержень DE горизонтальный, стержни AB и FE вертикальные. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

Решение

Стержни FE , BC и ведущий стержень OA совершают вращательное движение, стержни AB и DE — плоское. Стержень OA вращается по часовой стрелке (на рисунке 184 указано направление вращения), так как проекция угловой скорости ω_{OA_z} по условию отрицательная. Используем метод

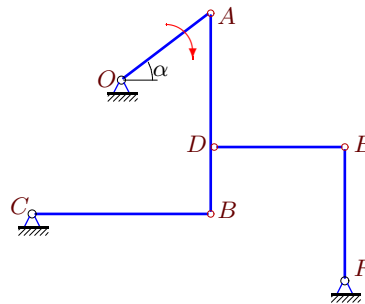


Рис. 184

мгновенных центров скоростей. Сначала нумеруем стержни (рис. 185). Вычисляем скорость точки A : $v_A = \omega_1 OA = 30$ см/с. Учитывая,

что вращение ведущего звена происходит по часовой стрелке, вектор скорости \vec{v}_A направляем перпендикулярно радиусу вращения OA вниз. Затем переходим к точке B , так как про вектор скорости точки D пока совсем ничего не известно (ни направление, ни величина), а направление вектора скорости \vec{v}_B совершенно очевидно — перпендикулярно стержню BC . Из двух возможных вариантов направления вектора выбираем направление вниз, что согласуется с теоремой о проекциях векторов скоростей неизменяемого отрезка (рис. 170, с. 95). Известные направления двух векторов скоростей стержня AB позволяют определить положение его МЦС. Находим точку P_1 пересечения перпендикуляров к векторам скоростей \vec{v}_A и \vec{v}_B . Таким образом, стержень

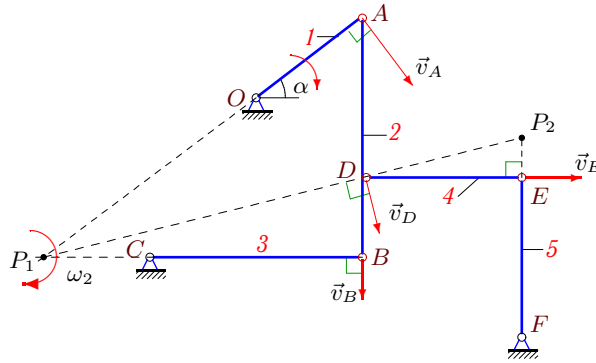


Рис. 185

AB совершает мгновенное вращение вокруг P_1 с угловой скоростью ω_2 . Для скоростей точек этого стержня справедливы формулы скоростей точек при вращательном движении тела. Скорости пропорциональны расстояниям до центра вращения:

$$v_A = \omega_2 AP_1, \quad (2.27)$$

$$v_B = \omega_2 BP_1, \quad (2.28)$$

$$v_D = \omega_2 DP_1. \quad (2.29)$$

Расстояния AP_1 , DP_1 , BP_1 до МЦС легко вычислить. Сначала находим тригонометрические функции угла α : $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$, $\sin \alpha = 3/5$. В прямоугольном треугольнике ABP_1 находим катет $BP_1 = AB \operatorname{ctg} \alpha = 9 \cdot 4/3 = 12$ см и гипотенузу $AP_1 = AB / \sin \alpha = 9 \cdot 5/3 = 15$ см. Имеем также: $DP_1 = \sqrt{BP_1^2 + BD^2} = \sqrt{12^2 + 3^2} = 3\sqrt{17}$ см. Далее определяем угловую скорость мгновенного вращения стержня AB вокруг его МЦС. Из уравнения (2.27) находим: $\omega_2 = v_A / AP_1 = 30/15 = 2 \text{ с}^{-1}$. Согласно (2.28) $v_B = 2 \cdot 12 = 24 \text{ см/с}$.

Отсюда определяем угловую скорость вращения стержня BC : $\omega_3 = v_B/BC = 24/8 = 3 \text{ с}^{-1}$. По формуле (2.29) вычисляем также скорость $v_D = \omega_2 DP_1 = 6\sqrt{17} \text{ см/с}$.

Переходим к стержню DE . Находим МЦС стержня. Величина и направление вектора скорости точки D уже известны. Вектор \vec{v}_E перпендикулярен EF . Согласно его направлению с вектором \vec{v}_D , проекция которого на DE направлена направо, откладываем \vec{v}_E в эту же сторону. На пересечении перпендикуляров к векторам скоростей \vec{v}_E и \vec{v}_D находится точка P_2 — МЦС стержня DE . Скорости точек стержня удовлетворяют соотношениям

$$v_E = \omega_4 EP_2, \quad (2.30)$$

$$v_D = \omega_4 DP_2. \quad (2.31)$$

Расстояния EP_2 и DP_2 находим из подобия треугольников P_1DB и DP_2E :

$$BP_1/DE = 12/6 = DP_1/DP_2 = BD/EP_2,$$

откуда вычисляем расстояния до МЦС: $DP_2 = (3/2)\sqrt{17}$, $EP_2 = 1.5 \text{ см}$. Из (2.31) находим угловую скорость: $\omega_4 = v_D/DP_2 = 4 \text{ с}^{-1}$. Вычисляем скорость $v_E = \omega_4 EP_2 = 4 \cdot 1.5 = 6 \text{ см/с}$. Отсюда получаем угловую скорость стержня EF : $\omega_5 = v_E/EF = 6/6 = 1 \text{ с}^{-1}$.

Заметим, что с помощью метода МЦС находим только модули угловых скоростей. Знаки проекций угловых скоростей можно определить, например, методом кинематических графов или с помощью уравнения трех угловых скоростей, как это будет показано в решениях следующих задач.

Задача 72. В указанном положении механизма, состоящего из четырех стержневых элементов и цилиндра (рис. 186), известна угловая скорость цилиндра $\omega_{cyl_z} = 21 \text{ с}^{-1}$. Радиус цилиндра $R = 2 \text{ см}$,

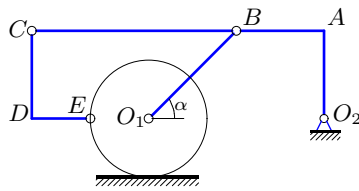


Рис. 186

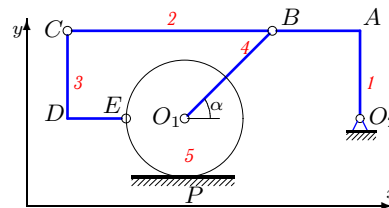


Рис. 187

¹ Дополнительная проверка: если решать задачу графически и векторы скоростей точек A , D , B откладывать в масштабе, то концы этих векторов должны лежать на одной прямой (свойство векторов скоростей точек отрезка).