

Задача 72. В указанном положении механизма, состоящего из четырех стержневых элементов и цилиндра (рис. 186), известна угловая скорость цилиндра $\omega_{cylz} = 21 \text{ с}^{-1}$. Радиус цилиндра $R = 2 \text{ см}$,

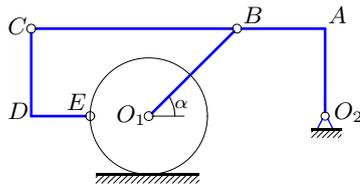


Рис. 186

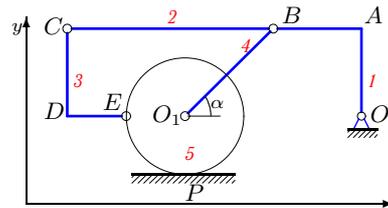


Рис. 187

$AB = O_2A = DC = 3 \text{ см}$, $DE = 2 \text{ см}$, $BC = 7 \text{ см}$, $BO_1 = 3\sqrt{2} \text{ см}$, $\alpha = 45^\circ$. В данный момент стержни BC , DE и AB горизонтальные, стержень AO_2 вертикальный. Цилиндр катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

Решение

Система состоит из пяти тел — четырех стержней (два из них изогнуты под прямым углом) и цилиндра. Пронумеруем тела (рис. 187). Уголок O_2AB — 1, стержень BC — 2, BO_1 — 4, уголок CDE — 3, цилиндр — 5. Точка P касания цилиндра и поверхности является мгновенным центром скоростей цилиндра, если качение происходит без проскальзывания. Скорость этой точки равна нулю. Составляем следующий кинематический граф:

$$P \xrightarrow[\pi/2]{5} O_1 \xrightarrow[\alpha]{4} B \xrightarrow[0]{1} A \xrightarrow[-\pi/2]{1} O_2.$$

Под стрелкой указываем угол к направлению перехода от точки к точке от положительного направления оси x против часовой стрелки (правая система координат — ось x направлена направо). Над стрелкой — номер тела¹. Ему соответствуют два уравнения:

$$v_{O_2x} = v_{Px} - \omega_{5z}2 \sin(\pi/2) - \omega_{4z}3\sqrt{2} \sin \alpha - 3\omega_{1z} \sin 0 - 3\omega_{1z} \sin(-\pi/2),$$

$$v_{O_2y} = v_{Py} + \omega_{5z}2 \cos(\pi/2) + \omega_{4z}3\sqrt{2} \cos \alpha + 3\omega_{1z} \cos 0 + 3\omega_{1z} \cos(-\pi/2).$$

¹Если пройти этот граф в обратном направлении, то соответствующая запись будет иметь вид: $O_2 \xrightarrow[\pi/2]{1} A \xrightarrow[\pi]{1} B \xrightarrow[\alpha+\pi]{4} O_1 \xrightarrow[-\pi/2]{5} P$.

С учетом $v_{O_2x} = v_{Px} = 0$, $v_{O_2y} = v_{Py} = 0$, $\omega_{5z} = 21 \text{ с}^{-1}$ получаем отсюда следующую линейную систему:

$$\begin{aligned} 3\omega_{4z} + 3\omega_{1z} &= 0, \\ -3\omega_{4z} + 3\omega_{1z} - 42 &= 0. \end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и получаем: $\omega_{4z} = -7 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{1z} = 7 \text{ с}^{-1}$. Осталось найти еще две угловые скорости ω_{2z} и ω_{3z} . Для этого составляем граф, включающий в себя стержни с неизвестными угловыми скоростями:

$$P \xrightarrow[3\pi/4]{5} E \xrightarrow[\pi]{3} D \xrightarrow[\pi/2]{3} C \xrightarrow[0]{2} B \xrightarrow[0]{1} A \xrightarrow[-\pi/2]{1} O_2.$$

Граф дает следующие уравнения в проекциях:

$$\begin{aligned} v_{O_2x} = v_{Px} - 3\sqrt{2}\omega_{5z} \sin(3\pi/4) - 2\omega_{3z} \sin \pi - 3\omega_{3z} \sin(\pi/2) - \\ - 7\omega_{2z} \sin 0 - 3\omega_{1z} \sin 0 - 3\omega_{1z} \sin(-\pi/2), \\ v_{O_2y} = v_{Py} + 3\sqrt{2}\omega_{5z} \cos(3\pi/4) + 2\omega_{3z} \cos \pi + 3\omega_{3z} \cos(\pi/2) + \\ + 7\omega_{2z} \cos 0 + 3\omega_{1z} \cos 0 + 3\omega_{1z} \cos(-\pi/2), \end{aligned}$$

или, с учетом найденной угловой скорости $\omega_{1z} = 7 \text{ с}^{-1}$, получаем

$$\begin{aligned} -21 - 2\omega_{3z} + 7\omega_{2z} &= 0, \\ -21 - 3\omega_{3z} &= 0. \end{aligned}$$

Решаем систему уравнений: $\omega_{2z} = 1 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{3z} = -7 \text{ с}^{-1}$.

Задача 73*. В указанном положении механизма задана угловая скорость $\omega_{OA_z} = 7 \text{ с}^{-1}$ кривошипа OA (рис. 188). Диск радиусом $R = 7 \text{ см}$ катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Даны длины звеньев $OA = 9\sqrt{2} \text{ см}$, $AB = CD = BN = 7 \text{ см}$, $BC = 7\sqrt{2} \text{ см}$ и угол $\alpha = 45^\circ$. Стержни CD и AN считать горизонтальными. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

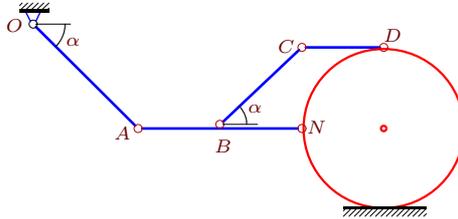


Рис. 188