

Задача 80. Механизм состоит из двух изогнутых ($ABCD$ и GEF) элементов, двух стержней, диска радиусом $R = 2$ см и двух нитей, соединяющих диск и шарниры механизма (рис. 203). В указанном положении механизма задана угловая скорость стержня $\omega_{OA} = 16 \text{ с}^{-1}$.

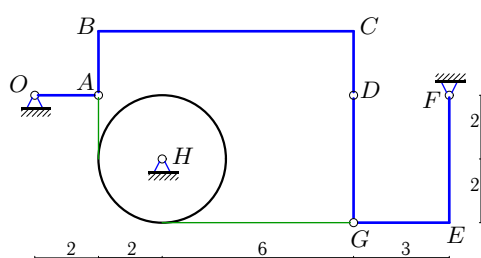


Рис. 203

Даны размеры: $OA = 2$ см, $EF = 4$ см, $BC = 8$ см, $GE = 3$ см. Размеры на рисунке указаны в сантиметрах. Стержни CD и EF в данный момент вертикальные, стержни OA , GE и BC — горизонтальные. Нить обгибает диск без проскальзывания. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

Решение

Введем систему координат и пронумеруем элементы механизма, включая нити, (рис. 204). В данном случае не обязательно уточнять

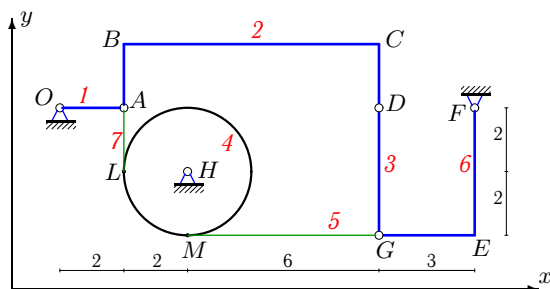


Рис. 204

положение начала координат — будем использовать кинематические уравнения, содержащие только разности координат точек звеньев — уравнения трех¹ угловых скоростей (2.19), с. 93. Для составления

¹На самом деле как раз в этой задаче будут уравнения, содержащие четыре угловые скорости, но по традиции кинематические уравнения в проекциях будем называть так.

уравнений обозначим точки схода нитей с диска M и L , введя таким образом нити AL и MG , как элементы механизма.

Выделим из механизма и рассмотрим три многозвенника. Четырехзвенник, состоящий из стержня OA , нити 7 и диска, пройдем, как всегда, от шарнира к шарниру:

$$O \xrightarrow{1} A \xrightarrow{7} L \xrightarrow{4} H$$

Соответствующие уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}\omega_{1z} OA + \omega_{4z} R &= 0, \\ \omega_{7z} (-AL) &= 0.\end{aligned}$$

Подставим сюда длины $R = 2$ см, $AL = OA = 2$ см, и угловую скорость $\omega_{1z} = 4$ с⁻¹

$$\begin{aligned}32 + 2\omega_{4z} &= 0, \\ -2\omega_{7z} &= 0.\end{aligned}$$

Найдем решение $\omega_{7z} = 0$ и $\omega_{4z} = -16$ с⁻¹. Составим следующий четырехзвенник

$$H \xrightarrow{4} M \xrightarrow{5} G \xrightarrow{6} F$$

(здесь мы идем сразу от точки G к точке F , минуя E , так как угольник GEF жесткий). Запишем соответствующие уравнения

$$\begin{aligned}\omega_{5z} MG + \omega_{6z} GE &= 0, \\ \omega_{4z} (-R) + \omega_{6z} EF &= 0,\end{aligned}$$

или (с учетом $\omega_{4z} = -16$ с⁻¹)

$$\begin{aligned}6\omega_{5z} + 3\omega_{6z} &= 0, \\ 32 + 4\omega_{6z} &= 0,\end{aligned}$$

откуда находим: $\omega_{5z} = 4$ с⁻¹, $\omega_{6z} = -8$ с⁻¹. Рассмотрим обход условного многозвенника

$$O \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{3} G \xrightarrow{6} F$$

Как и в предыдущем случае, мы «сократили путь», переходя от точки A непосредственно к точке D . Таким образом, размер AB для решения задачи не потребовался.

Уравнения для угловых скоростей имеют вид

$$\begin{aligned}\omega_{1z} OA + \omega_{2z} AD + \omega_{6z} GE &= 0, \\ -\omega_{3z} DG + \omega_{6z} EF &= 0,\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}8\omega_{2z} + 8 &= 0, \\ -32 - 4\omega_{3z} &= 0.\end{aligned}$$

Находим решение: $\omega_{2z} = -1 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{3z} = -8 \text{ с}^{-1}$. Заметим, что направление обхода многозвенников и последовательность составления уравнений произвольны. В общем случае лучше сразу составить все уравнения, посчитать число уравнений и число неизвестных, а потом уже решать систему. При этом, как правило, в таких задачах уравнения настолько простые, что прибегать к помощи компьютера и систем символьной математики не потребуется. С помощью МЦС эту задачу решить нельзя.