

МИНИСТЕРСТВО ВЬСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ордена ЛЕНИНА
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В. М. МОЛОТОВА

Утверждено
в качестве учебного пособия
для студентов МЭИ
зам. директора по учебной работе
проф. М. П. Вукаловичем
15 марта 1955 года

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Часть II

(Кинематика)

Под редакцией проф. М. Г. СЛОБОДЯНСКОГО

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач по теоретической механике (часть II, кинематика), составленный коллективом кафедры теоретической механики Московского ордена Ленина энергетического института имени В. М. Молотова, предназначен в качестве пособия для студентов и преподавателей (часть I, статика, вышла из печати в 1953 г.).

Большая часть задач, включенных в настоящий сборник, используется кафедрой на протяжении ряда лет.

В составлении второй части (кинематика) приняли участие П. Е. Бурцев, В. Д. Дувакин, К. Д. Зверева, Н. Ф. Ключко, Ф. М. Куровский, А. М. Пивоваров, В. Н. Разумова, М. Г. Слободянский, А. П. Соколов, А. И. Фрейдензон, Р. С. Шафаревич. В подготовке сборника задач к печати принял участие А. Д. Трифонов.

I. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

1. Три точки движутся по одной прямой по закону: первая $s=2t$; вторая $s=t^2$; третья $s=2\sin t$ (t выражено в сек., s в см):

- 1) описать характер движения этих точек,
- 2) построить в одной системе осей координат графики их движения,

3) пользуясь этими графиками, узнать, какая точка движется впереди всех и какая позади до момента $t'=1$ сек.; как они будут двигаться непосредственно после этого момента времени,

4) определить расстояния точек в момент $t=10$ сек. и пути, пройденные ими за 10 сек.,

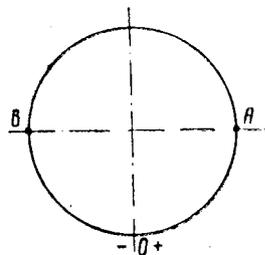
5) выяснить кинематический смысл коэффициента 2 в уравнении движения точек.

2. Точка движется по окружности радиуса

$r=20$ см по закону $s=10\pi \cos \frac{\pi}{5} t$ (где t выражено в сек., s в см):

- 1) описать характер движения точки,
- 2) построить график движения и определить, в какие моменты времени изменяется направление движения и в какие моменты времени расстояние равно нулю,

3) определить расстояние точки в конце 50-й секунды и путь, пройденный за 50 сек.



К задаче 2.

ОТВЕТ: 1) колебания около начала отсчета расстояний с максимальным отклонением равным четверти окружности и периодом $T=10$ сек.,

2) направление движения изменяется в моменты времени: $t=5k$ сек. ($k=0; 1; 2; 3; \dots$); расстояние равно нулю в моменты: $t=5\left(k + \frac{1}{2}\right)$ сек. ($k=0; 1; 2; 3; \dots$),

3) расстояние $s_{t=50 \text{ сек.}} = 10\pi$ см. Путь $l_{t=50 \text{ сек.}} = 200\pi$ см.

3. Две точки движутся по одной траектории. При общем начале отсчета дуг их законы движения таковы:

$$s_1 = 3 + t^2; \quad s_2 = 4t,$$

где время выражено в сек., длины в см.

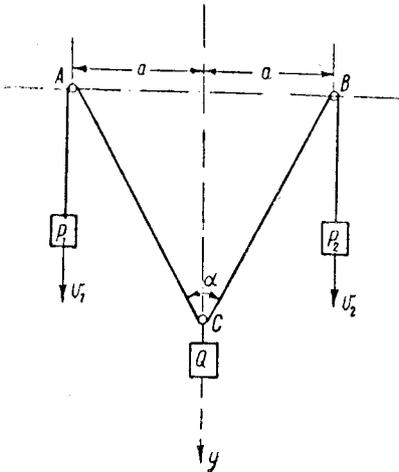
Найти моменты обгона и момент, когда скорости точек равны. Построить на одной диаграмме графики их движения и показать, что в момент равенства скоростей касательные к графикам параллельны.

ОТВЕТ: Обгон при $t_1=1$ сек., $t_2=3$ сек. Скорости равны при $t_3=2$ сек.

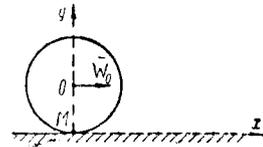
4. Нить постоянной длины перекинута через два ничтожно малых блока A и B и в точке C несет столь же малый блок с грузом Q . Груз Q движется вертикально.

Найти скорость груза Q в тот момент, когда угол $\alpha=60^\circ$, а грузы P_1 и P_2 имеют соответственно скорости $v_1=2\sqrt{3}$ м/сек; $v_2=\sqrt{3}$ м/сек.

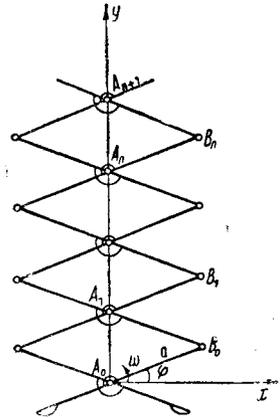
ОТВЕТ: $v_3=3$ м/сек.



К задаче 4.



К задаче 5.



К задаче 6.

5. Поезд отходит от станции по прямолинейному пути равноускоренно с ускорением $\omega_0=2$ м/сек².

Определим уравнения движения точки M обода колеса вагона. Радиус колеса $R=0,4$ м.

ОТВЕТ: $x=(t^2-0,4 \sin 2,5 t^2)$ м,
 $y=(0,4-0,4 \cos 2,5 t^2)$ м.

6. Какую кривую описывает точка B_n механизма ножниц, если в A_0 неподвижный шарнир, а точки $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ движутся по прямой A_0y ?

Найти скорость точки A_n , если ножницы закрываются с постоянной угловой скоростью ω ; $A_0B_0 = A_1B_1 = \dots = a$ см.

ОТВЕТ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(2n+1)^2a^2} = 1$, $v_n = 2na\omega \cos \omega t$.

7. Точка движется по окружности радиуса $R = 400$ м. Начальная скорость точки $v_0 = 18$ км/час. Скорость точки возрастает равномерно и через 1 мин. после начала движения достигает величины 72 км/час.

Определить касательное, нормальное, полное ускорение точки и путь, пройденный точкой через 20 сек. после начала движения.

ОТВЕТ: $\omega_\tau = \frac{1}{4}$ м/сек²,

$$\omega_n = \frac{1}{4} \text{ м/сек}^2,$$

$$\omega = \frac{1}{4} \sqrt{2} \text{ м/сек}^2,$$

$$s = 150 \text{ м.}$$

8. Точка движется по окружности радиуса 24 м по закону $s = 2t^3$ (t в сек., s в м).

Найти ее скорость и полное ускорение в тот момент, когда угол между ними равен 45° .

ОТВЕТ: $v = 24$ м/сек, $\omega = 24 \sqrt{2}$ м/сек².

9. Точка движется по окружности радиуса $R = 8$ м с центром в точке C с координатами (8,0). Положение точки на окружности задается углом между радиусом, проведенным к движущейся точке и осью X :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right).$$

Составить уравнение движения точки в естественной форме, определить ее скорость и полное ускорение в начальный момент времени и в те моменты, когда изменяется направление движения. Составить также уравнение движения точки в координатной форме.

ОТВЕТ: $s = 4\pi \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right)$ м,

$$v_{t=0} = 2\pi^2 \text{ м/сек}; \omega_{t=0} = \frac{\pi^3}{2} \text{ м/сек}^2,$$

$$v_{t=1} = 0; \omega_{t=1 \text{ сек.}} = \pi^3 \text{ м/сек}^2,$$

$$x = 8 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right) \right] \right\} \text{ м,}$$

$$y = 8 \sin \left[\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right) \right] \text{ м.}$$

10. Точка M , двигаясь по окружности, прошла равноускоренно дугу длиной s .

В начальной точке дуги ускорение точки M составляло с касательной угол α , а в конечной — угол β .

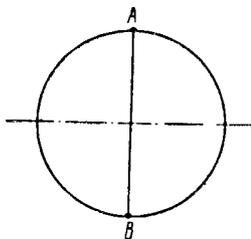
Найти радиус окружности.

ОТВЕТ: $r = \frac{2s}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}$.

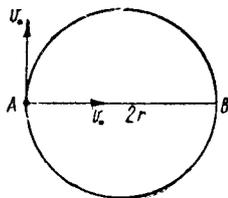
11. Заданы уравнения движения точки: $x = 2t$; $y = \frac{1}{5} t^{\frac{3}{2}}$; $z = 0$ (единица длины — м, единица времени — сек.).

Найти скорость и ускорение, а также касательное и нормальное составляющие ускорения при $t = 25$ сек.

ОТВЕТ: $v = 2,5$ м/сек;
 $\omega = 0,03$ м/сек²;
 $\omega_{\tau} = 0,018$ м/сек²;
 $\omega_n = 0,024$ м/сек².



К задаче 12.



К задаче 13.

12. Две точки одновременно выходят из положения A , первая движется равномерно со скоростью v по диаметру, а вторая — по дуге круга радиуса R равноускоренно из состояния покоя, и встречаются в положении B .

Найти ускорение второй точки в тот момент, когда она приходит в положение B .

ОТВЕТ: $\omega = \frac{\pi v^2}{2R} \sqrt{1 + 4\pi^2}$.

13. Две точки начинают движение одновременно из точки A со скоростью v_0 . Первая точка равномерно-замедленно проходит диаметр AB . Вторая равномерно-ускоренно обходит полуокружность. Касательное ускорение второй точки отличается только знаком от ускорения первой точки. Обе точки приходят в B одновременно:

- 1) по истечении какого времени это произойдет?
- 2) с каким ускорением ω_{τ} они движутся?
- 3) определить скорость v_2 второй точки в B ,
- 4) найти полное ускорение ω второй точки в B и угол, который оно образует с v_2 .

$$\text{ОТВЕТ: } t_1 = \frac{(2 + \pi) R}{2v_0}; \quad v_2 = \frac{v_0 (3\pi - 2)}{(\pi + 2)};$$

$$\omega_1 = \frac{4v_0^2 (\pi - 2)}{R (\pi + 2)^2}; \quad \omega_2 = \frac{(3\pi - 2)^2}{4 (\pi - 2)^2};$$

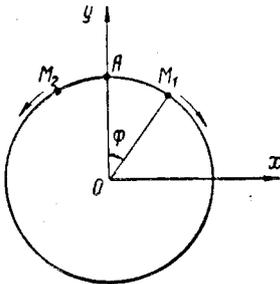
$$\cos(\omega_2, \mathbf{v}_2) = \frac{8 v_0^2 (\pi - 2)^2}{R (\pi + 2)^2 (3\pi - 2)^2}.$$

14. Точки M_1 и M_2 выходят из положения A одновременно в противоположных направлениях, скользя по окружности по законам:

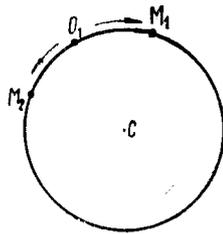
$$s_1 = \widetilde{AM}_1 = \frac{\pi}{3} t^3; \quad s_2 = \widetilde{AM}_2 = \frac{2}{3} \pi t^3$$

(время в сек., длины в м). Радиус окружности $r = 4$ м.

- Найти: 1) время и место первой встречи обеих точек,
 2) уравнения движения точки M_1 в декартовых координатах,
 3) скорость и ускорение точки M_1 в момент встречи,
 4) угловое ускорение радиуса OM_1 .



К задаче 14.



К задаче 15.

$$\text{ОТВЕТ: } 1) t = 2 \text{ сек.}; \quad s_1 = \frac{8\pi}{3} \text{ м}; \quad s_2 = \frac{16\pi}{3} \text{ м};$$

$$2) x_1 = 4 \sin \frac{\pi}{12} t^3 \text{ м}; \quad y_1 = 4 \cos \frac{\pi}{12} t^3 \text{ м};$$

$$3) v_1 = 4\pi \text{ м/сек}; \quad \omega = 4\pi \sqrt{\pi^2 + 1} \text{ м/сек}^2;$$

$$4) \varepsilon = \frac{\pi}{2} t^1 / \text{сек}^2.$$

15. Точка M_1 выходит из неподвижной точки O_1 и движется по окружности радиуса $R = 24$ м, причем нормальное ускорение ее $\omega_n = 6 t^2 \text{ м/сек}^2$.

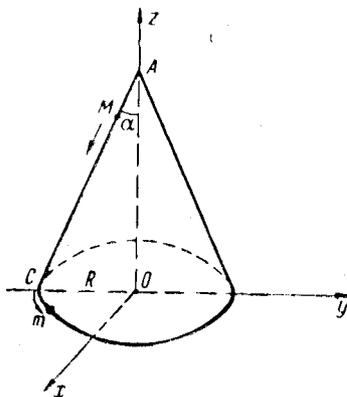
Навстречу ей выходит из той же точки одновременно, но в обратном направлении вторая точка M_2 , движущаяся по закону: $s = (at - 6t^2) \text{ м}$. Встреча их происходит в момент, когда вторая точка изменяет направление своего движения.

Найти скорости и ускорения точек в момент их встречи ($a = \text{const}$).

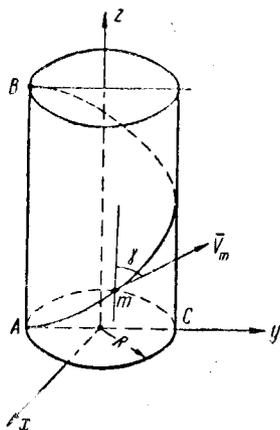
ОТВЕТ: $v_1 = 24 \sqrt{\pi} \text{ м/сек}$;
 $w_1 = 12 \sqrt{1 + 4\pi^2} \text{ м/сек}^2$;
 $v_2 = 0$;
 $w_2 = 12 \text{ м/сек}^2$.

16. Из вершины A вдоль по образующей AC и из точки C вдоль по окружности основания конуса одновременно выходят две точки M и m , движущиеся равноускоренно с равными по величине касательными ускорениями.

Обе точки одновременно приходят в точку C .



К задаче 16.



К задаче 17.

Определить: 1) по истечении какого времени это произойдет?

2) касательное ускорение, скорость и полное ускорение точки m в момент встречи.

Начальные скорости точек M и m соответственно равны нулю и v_0 , $\alpha = 30^\circ$, радиус окружности равен R .

ОТВЕТ: 1) $t = \frac{3\pi - 4}{2v_0} R$;

2) $w_c = \frac{16 v_0^2}{(3\pi - 4)^2 R}$; $v_m = \frac{3\pi + 4}{3\pi - 4} v_0$;

$w = \frac{v_0}{(3\pi - 4)^2 R} \sqrt{256 + (3\pi + 4)^4}$.

17. Из точки A на поверхности цилиндра одновременно выходят две точки со скоростью v_0 и численно равными касательными ускорениями; первая точка движется равноускоренно по винтовой линии, а вторая равномерно по образующей и приходят одновременно

но в точку B , где вторая точка останавливается, пройдя путь AB , равный шагу винтовой линии.

Определить касательное ускорение и скорость первой точки в момент встречи, если R —радиус цилиндра и γ —угол наклона винтовой линии.

$$\text{ОТВЕТ: } w_{\tau} = \frac{2v_0^2}{\pi R} \operatorname{tg}^3\left(\frac{\gamma}{2}\right);$$

$$v = v_0 \left[1 + 2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right].$$

18. Из двух точек A и B , лежащих на одной образующей круглого цилиндра (см. чертеж к задаче 17), начинают одновременно движение две точки m и M со скоростью v_0 . Точка m равномерно-ускоренно обходит по винтовой линии путь, равный одному витку, а точка M равномерно-замедленно обходит окружность, ограничивающую верхнее основание цилиндра. Обе точки одновременно приходят в точку B . Касательные ускорения точек m и M отличаются только знаком.

Определить скорости точек m и M в момент их встречи, если радиус цилиндра равен R и угол наклона винтовой линии равен γ .

$$\text{ОТВЕТ: } v_m = v_0 \frac{3 - \sin \gamma}{1 + \sin \gamma};$$

$$v_M = v_0 \frac{3 \sin \gamma - 1}{1 + \sin \gamma}.$$

19. Из точки B начинает движение точка M_1 с некоторой начальной скоростью. Эта точка равномерно-ускоренно движется по винтовой линии и проходит путь, равный одному витку. Одновременно с точкой M_1 из точки C начинают движение две точки M_2 и M_3 со скоростью равной v_0 . Точка M_2 равномерно-замедленно проходит диаметр CA , а точка M_3 равномерно-ускоренно полуокружность (см. чертеж к задаче 17). Касательные ускорения точек M_1 и M_3 равны и отличаются от ускорения точки M_2 только знаком. Все три точки одновременно приходят в точку A .

Определить, по истечении какого промежутка времени это произойдет и чему будут равны скорости точек в момент их встречи, если радиус цилиндра равен R и угол наклона винтовой линии равен γ .

$$\text{ОТВЕТ: } t = \frac{R}{2v_0} (\pi + 2);$$

$$v_{M1} = \frac{v_0}{\pi + 2} \left(\frac{4\pi}{\sin \gamma} + \pi - 2 \right);$$

$$v_{M2} = v_0 \frac{6 - \pi}{2 + \pi};$$

$$v_{M3} = v_0 \frac{3\pi - 2}{\pi + 2}.$$

20. Составить уравнение движения и определить скорость и ускорение наклонной кулисы m , если заданы угловая скорость кривошипа $\omega = 10 \text{ }^1/\text{сек} = \text{пост.}$; $OA = 10 \text{ см}$; $\beta = 60^\circ$.

Сделать вычисления при $\alpha = 30^\circ$.

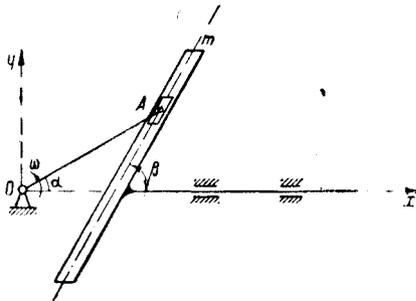
ОТВЕТ: $x = 11,5 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 10t\right) \text{ см}$;

$$v_x = -115 \cos\left(\frac{\pi}{3} - 10t\right) \text{ см/сек};$$

$$w_x = -1150 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 10t\right) \text{ см/сек}^2;$$

при $\alpha = \frac{\pi}{6}$: $v_x = -100 \text{ см/сек}$;

$$w_x = 577 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 20.

21. Точка движется по кривой, радиус кривизны которой пропорционален длине дуги: $\rho = \frac{s}{m}$ по закону $s = ae^{kt}$.

Доказать, что ускорение точки в этом случае также пропорционально пройденному расстоянию и образует постоянный угол с касательной.

22. Точка движется по спирали, заданной естественным уравнением: $\rho = \rho(s)$, где ρ — радиус кривизны.

Найти закон движения точки, если ее нормальное ускорение постоянно и равно B^2 .

Рассмотреть случаи:

1) $\rho = A^2 s$,

2) $\rho = A^2 s^2$.

ОТВЕТ: $s = \left(\frac{AB}{2} t + \sqrt{s_0}\right)^2$;

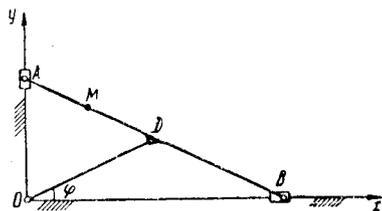
$$s = s_0 e^{ABt}.$$

23. Кривошип OD , приводящий в движение линейку AB эллипсографа, вращается по закону: $\varphi = \omega t$.

$$OD = AD = DB = 20 \text{ см}.$$

За время $t = \frac{1}{2}$ сек. кривошип поворачивается на угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Найти уравнения движения и траекторию точки M , если $AM = 10$ см; скорость, ускорение, радиус кривизны траектории этой точки в те моменты, когда линейка AB вертикальна и когда она горизонтальна.



К задаче 23.

ОТВЕТ: $x = 10 \cos \pi t$;

$y = 30 \sin \pi t$;

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{900} = 1$;

при $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $v = 10\pi$ см/сек; $w = 30\pi^2$ см/сек²; $\rho = 3\frac{1}{3}$ см;

при $\varphi = 0$; $v = 30\pi$ см/сек; $w = 10\pi^2$ см/сек²; $\rho = 90$ см.

24. Колесо радиуса R катится без скольжения по неподвижному прямому рельсу. Центр колеса движется с постоянной скоростью v_0 .

Определить: 1) уравнение движения какой-нибудь точки обода колеса,

2) скорость этой точки в те моменты времени, когда она соприкасается с рельсом,

3) величину и направление ускорения,

4) радиус кривизны траектории точки.

При $t = 0$ точка обода колеса касается рельса.

ОТВЕТ: 1) $x = v_0 t - R \sin \frac{v_0}{R} t$,

$y = R - R \cos \frac{v_0}{R} t$,

2) $v = 2v_0 \sin \frac{v_0}{2R} t$,

3) $w = \frac{v_0^2}{R}$,

$w_\tau = \frac{v_0^2}{R} \cos \frac{v_0}{2R} t$; $w_n = \frac{v_0^2}{R} \sin \frac{v_0}{2R} t$,

4) $\rho = 4R \sin \frac{v_0}{2R} t$.

25. Колесо радиуса $R = 1$ м паровоза катится без скольжения по прямолинейному рельсу; скорость паровоза $v = 10$ м/сек.

Найти: 1) уравнения движения точки M обода колеса,

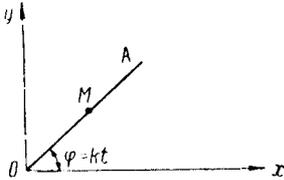
2) нормальное, касательное и полное ускорение этой точки,

3) радиус кривизны траектории этой точки в момент t и при $t = 0$.

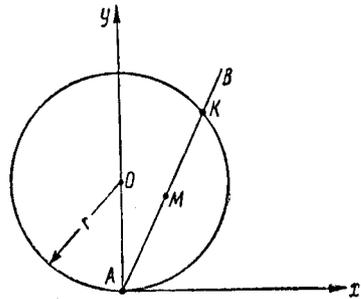
При $t = 0$ точка M обода колеса касается рельса.

ОТВЕТ: $x = 10t - \sin 10t \text{ м};$
 $y = 1 - \cos 10t \text{ м};$
 $\omega_n = 100 \sin 5t \text{ м/сек}^2;$
 $\omega_z = 100 \cos 5t \text{ м/сек}^2;$
 $\omega = 100 \text{ м/сек}^2;$
 $\rho = 4 \sin 5t \text{ м}; \rho = 0.$

26. Стержень OA вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью $k \text{ }^1/\text{сек}$, из начального положения на оси Ox , а точка M скользит по нему по закону: $OM = e^{kt} \text{ см.}$



К задаче 26.



К задаче 27.

Составить и найти для точки M : 1) уравнения движения в декартовых координатах,

2) скорость и ускорение, как функция времени,

3) радиус кривизны траектории в той ее точке, которую точка M пройдет со скоростью $u \text{ см/сек.}$

ОТВЕТ: 1) $x = e^{kt} \cos kt \text{ см},$
 $y = e^{kt} \sin kt \text{ см},$
 2) $v = k \sqrt{2} e^{kt} \text{ см/сек},$
 $\omega = 2 k^2 e^{kt} \text{ см/сек}^2,$
 3) $\rho = \frac{u}{k} \text{ см.}$

27. Стержень AB вращается вокруг шарнира A с постоянной угловой скоростью ω по часовой стрелке; в начальный момент он был вертикален. Окружность радиуса r с центром в O неподвижна. Точка M движется по стержню AB так, что всегда делит хорду AK пополам.

Составить и найти для точки M : 1) уравнения движения,

2) уравнение траектории и закон движения по ней; начертить траекторию,

3) годограф скорости,

4) касательное, нормальное и полное ускорение.

ОТВЕТ: 1) $x = \frac{r}{2} \sin 2\omega t,$

$$y = \frac{r}{2} (1 + \cos 2\omega t),$$

2) $x^2 + \left(y - \frac{r}{2}\right)^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2,$

$$s = r\omega t,$$

3) $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = r^2\omega^2,$

4) $\omega_z = 0; \omega_n = 2\omega^2 r; \omega = 2\omega^2 r.$

28. Точка движется по окружности равноускоренно. В некоторый момент она имела скорость v_1 , а пройдя еще дугу s имела скорость v_2 и нормальное ускорение c .

Найти полное ускорение точки в начале и в конце дуги и радиус окружности.

ОТВЕТ: $\omega_1 = \sqrt{\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}\right)^2 + \frac{v_1^2}{v_2^2} c^2},$

$$\omega_2 = \sqrt{\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}\right)^2 + c^2},$$

$$r = \frac{v_2^2}{c}.$$

29. Закон движения точки M :

$$x = 4\cos 2t; y = 4\sin 2t; z = 6t \quad (x, y, z \text{ в см, } t \text{ в сек.}).$$

Определить для точки M : 1) траекторию (изобразить ее на рисунке),

2) скорость и ускорение (по величине и направлению),

3) радиус кривизны траектории,

4) годограф скорости, а также скорость v_1 точки, вычерчивающей годограф.

ОТВЕТ: 1) $x^2 + y^2 = 4^2; z = 6t,$

2) $v = 10 \text{ см/сек}; \cos(\mathbf{v}, \mathbf{i}) = -\frac{8}{10} \sin 2t,$

$$\cos(\mathbf{v}, \mathbf{j}) = \frac{8}{10} \cos 2t,$$

$$\cos(\mathbf{v}, \mathbf{k}) = \frac{3}{5},$$

$$\omega = 16 \text{ см/сек}^2; \cos(\mathbf{w}, \mathbf{i}) = -\cos 2t,$$

$$\cos(\mathbf{w}, \mathbf{j}) = -\sin 2t,$$

$$\cos(\mathbf{w}, \mathbf{k}) = 0,$$

3) $\rho = 6,25 \text{ см},$

4) $x^2 + y^2 = 8^2,$

$$z = 6,$$

$$v_1 = \omega = 16 \text{ см/сек}^2.$$

30. Движение точки задано уравнениями:

$$x = 2(t - \sin t); \quad y = 2(1 - \cos t); \quad (x, y \text{ в см, } t \text{ в сек.}).$$

Найти: 1) скорость и ускорение точки (по величине и направлению),

2) радиус кривизны траектории точки,

3) годограф скорости точки и скорость v_1 точки, вычерчивающей годограф.

ОТВЕТ: 1) $v = 4 \sin \frac{t}{2}; \quad \cos(v, i) = \sin \frac{t}{2},$

$$\cos(v, j) = \cos \frac{t}{2},$$

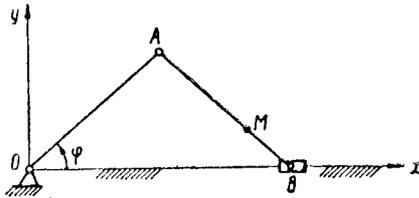
$$w = 2 \text{ см/сек}^2, \quad \cos(w, i) = \sin t,$$

$$\cos(w, j) = \cos t,$$

2) $\rho = 8 \sin \frac{t}{2},$

3) $(x - 2)^2 + y^2 = 2^2,$

$$v_1 = w = 2 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 31.

31. В кривошипно-шатунном механизме $OA = AB = l = 1,2 \text{ см}$. Угол φ изменяется по закону: $\varphi = 10t$.

Определить: 1) траекторию точки M шатуна, отстоящей от ползуна B на расстоянии $\frac{l}{3}$,

2) скорость, ускорение и радиус кривизны траектории точки M для $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

3) годограф скорости точки M .

ОТВЕТ: 1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{0,16} = 1,$

2) $v = 20 \text{ см/сек}; \quad w = 40 \text{ см/сек}^2; \quad \rho = 10 \text{ см},$

3) $\frac{\dot{x}}{20^2} + \frac{\dot{y}^2}{4^2} = 1.$

32. В условиях задачи 24 доказать, что скорость точки обода перпендикулярна отрезку, соединяющему эту точку с точкой касания, и пропорциональна указанному отрезку.

33. Даны уравнения движения точки: $x=t^2$; $y=2t$ (x, y в м, t в сек.).

Найти: 1) уравнение траектории точки,

2) момент времени t , когда скорость движущейся точки вдвое больше, чем скорость движения ее проекции по оси Ox ,

3) скорость, ускорение и радиус кривизны траектории точки в тот же момент времени.

ОТВЕТ: 1) $y^2 = 4x$,

2) $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ сек.,

3) $v = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ м/сек,

$w = 2$ м/сек²,

$\rho = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ м.

34. Даны уравнения движения точки: $x=2t$; $y=4t^2$ (t в сек.; x, y в м).

Найти: 1) траекторию точки,

2) положение точки, когда скорость ее вдвое больше, чем скорость движения ее проекции по оси Oy ,

3) скорость, ускорение и радиус кривизны траектории точки в том же положении.

ОТВЕТ: 1) $y = x^2$,

2) $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ м,

$y_1 = \frac{1}{12}$ м,

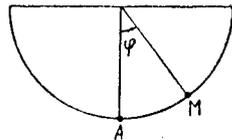
3) $v = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ м/сек,

$w = 8$ м/сек²,

$\rho = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ м.

35. Точка M движется по дуге окружности $(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$ так, что угол φ изменяется по закону:

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right).$$



К задаче 35.

Найти для точки M : 1) закон движения в естественной и координатной форме,

2) нормальное, касательное и полное ускорения движения в те моменты времени, когда $\varphi=0$ и когда угол φ наибольший,

3) путь l , пройденный за 9 сек. За начало отсчета дуги взять точку A .

ОТВЕТ: 1) $s = \frac{\pi R}{4} \cos \frac{\pi}{6} t$,

$$x = R + R \sin \left(\frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} t \right),$$

$$y = R - R \cos \left(\frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} t \right),$$

2) $\varphi = 0$; $\omega_\tau = 0$; $\omega_n = \omega = \frac{\pi^4 R}{576}$,

$$\varphi = \varphi_{max}; \omega_n = 0; \omega_\tau = -\frac{\pi^3 R}{144}, \quad \omega = \frac{\pi^3 R}{144},$$

3) $l = \frac{3}{4} \pi R$.

36. Из одной и той же точки окружности радиуса $R = 16$ м одновременно выходят две точки, движущиеся по этой окружности в противоположных направлениях. Первая точка движется по закону $s = at + 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} t \right)$, где a — постоянная, а вторая имеет нормальное ускорение $\omega_n = 4t^2$. Обе точки встречаются в момент, когда ускорение второй точки равно $4 \sqrt{5}$ м/сек².

Найти численное значение коэффициента a и время встречи.

ОТВЕТ: $a = 32\pi - 6$;

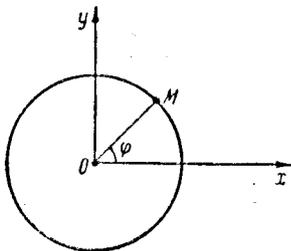
$t = 1$ сек.

37. Доказать, что формулам, выражающим касательное и нормальное ускорение точки, можно придать такой вид:

$$\omega_\tau = \frac{(\mathbf{v} \mathbf{w})}{v_\tau}; \quad \omega_n = \frac{|\mathbf{v} \times \mathbf{w}|}{|v|}$$

и выразить аналогично радиус кривизны траектории.

ОТВЕТ: $\rho = \frac{|v|^3}{|\mathbf{v} \times \mathbf{w}|}$.



К задаче 38.

38. Точка M движется по окружности радиуса r так, что угол φ возрастает по закону $\varphi = \frac{\epsilon t^2}{2}$:

1) написать закон движения точки M по окружности, найти ее скорость, изобразить ее на чертеже, как вектор, и спроектировать на оси. Найти касательное и нормальное ускорения, изобразить их на чертеже и, спроектировав их на оси, найти, таким образом, проекции полного ускорения точки M ,

2) составить уравнения движения точки M в координатной форме и, дифференцируя их, найти проекции скорости и ускорения,

3) сверить результаты обоих методов решения.

ОТВЕТ: 1) $s = \frac{r\varepsilon}{2} t^2$; $v = r\varepsilon t$,

$\omega_\tau = r\varepsilon$; $\omega_n = r\varepsilon^2 t^2$,

2) $x = r \cos \frac{\varepsilon t^2}{2}$,

$y = r \sin \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

39. Проекция скорости точки на координатные оси равны

$v_x = 3t$; $v_y = 2 - 2t$.

В начальный момент времени точка имеет координаты $x_0 = 2$; $y_0 = 0$ (x, y в м, t в сек.).

Найти: 1) траекторию точки,

2) модуль и направление скорости и ускорения,

3) радиус кривизны ρ траектории точки в начальный момент.

ОТВЕТ: 1) $x = 2 + \frac{3}{2} t^2$,

$y = 2t - t^2$,

2) $v = \sqrt{9t^2 + (2 - 2t)^2}$,

$\omega = \sqrt{13} \text{ м/сек}^2$,

3) $\rho = \frac{4}{5} \text{ м}$.

40. Проекция ускорения точки на ось Ox постоянна и равна $\omega_x = 4 \text{ см/сек}^2$, а проекция ускорения точки на ось Oy изменяется пропорционально времени по закону $\omega_y = 2t \text{ см/сек}^2$. В начальный момент точка находится в начале координат. В момент $t = 2$ сек. скорость точки образует равные углы с осями Ox и Oy и численно равна $12\sqrt{2} \text{ см/сек}$.

Найти уравнения движения точки и уравнения годографа скорости точки.

ОТВЕТ: $x = 2t^2 + 4t$;

$x_r = 4t + 4$;

$y = \frac{t^3}{3} + 8t$;

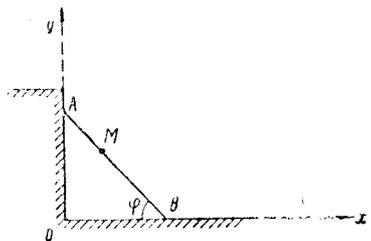
$y_r = t^2 + 8$.

41. Стержень AB длиной 10 см скользит своими концами по сторонам прямого угла xOy , причем точка B движется с постоянным ускорением равным 10 см/сек^2 . На стержне взята точка M .

Найти: 1) траекторию точки M ,

2) скорость точки M при $t = 1$ сек.,

если



К задаче 41.

$AM = 4 \text{ см}$, а при $t = 0$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $v_B = 0$.

ОТВЕТ: 1) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1,$

2) $v_M \cong 5,3 \text{ см/сек.}$

42. Круглый цилиндр радиуса R вращается вокруг неподвижной оси, причем угол поворота цилиндра возрастает пропорционально времени: $\varphi = \omega t$. Точка M , выходя из M_0 , движется вдоль образующей цилиндра с постоянной скоростью v_0 .

Найти: 1) уравнения движения точки,

2) скорость и ускорение (по величине и направлению),

3) радиус кривизны траектории.

ОТВЕТ: 1) $x = R \cos \omega t,$

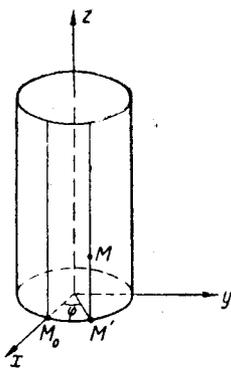
$y = R \sin \omega t,$

$z = v_0 t,$

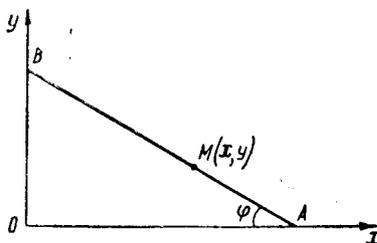
2) $v = \sqrt{R^2 \omega^2 + v_0^2},$

$\omega = R \omega^2,$

3) $\rho = R + \frac{v_0^2}{R \omega^2}.$



К задаче 42.



К задаче 43.

43. Концы стержня A и B движутся по осям Ox и Oy .

Доказать, что если скорость точки A постоянна, то ускорение любой точки M стержня будет перпендикулярно к оси Ox и обратно пропорционально кубу расстояния до Ox .

ОТВЕТ: $\ddot{x} = 0;$

$\ddot{y} = -\frac{v^2 l^4}{a^2} \cdot \frac{1}{y^3},$

где $a = AB$; $l = AM$ и v — скорость точки A .

44. Шкив I вращается без начальной угловой скорости равноускоренно с угловым ускорением $\epsilon = 1 \text{ 1/сек}^2$. От этого шкива вращение передается шкивам II и III при помощи бесконечного ремня,

на котором имеется цилиндрический штифт A , входящий в прорезь кулисы B . При этом кулиса имеет вертикальное поступательное движение.

Определить скорость и ускорение кулисы, когда штифт находится на прямолинейных и криволинейных участках ремня. Радиусы шкивов равны r , угол наклона ремня к горизонту равен α .

ОТВЕТ: на наклонных прямолинейных участках:

$$v = \varepsilon t r \sin \alpha; \quad \omega = \varepsilon r \sin \alpha;$$

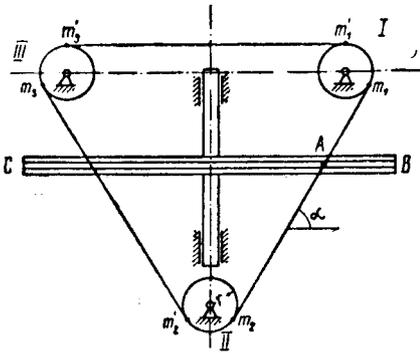
на горизонтальном участке

$$v = \omega = 0;$$

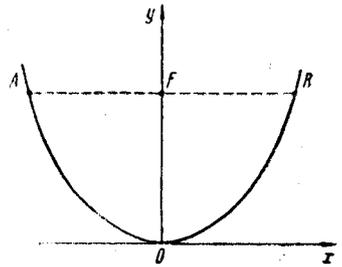
на криволинейном участке $m_1'm_1$,

$$v = \varepsilon t r \sin \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \varepsilon^2 t^2 r \cos \frac{\varepsilon t^2}{2} + \varepsilon r \sin \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

(начальное положение штифта A в точке m'_1)



К задаче 44.



К задаче 45.

45. Точка описывает параболу так, что тангенциальное ускорение в k раз больше нормального ускорения. Точка выходит из одного конца A хорды, проходящей через фокус параболы перпендикулярно к ее оси, со скоростью u .

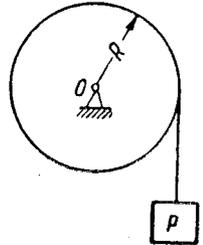
Найти скорость v точки во втором конце B этой хорды.

ОТВЕТ: $v = u \cdot e^{\frac{1}{2} kx}$

II. ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ

46. Груз P , привязанный к нити, намотанной на обод колеса радиуса $R=0,5$ м, опускается равноускоренно без начальной скорости. В первые 5 сек. он проходит расстояние, равное 25 м.

Определить: 1) угловое ускорение колеса,
2) скорость и полное ускорение точек обода колеса через 10 сек.



К задаче 46.

ОТВЕТ: $\epsilon = 4 \frac{1}{\text{сек}^2}$;

$$v = 20 \text{ м/сек}^2;$$

$$\omega = 2 \sqrt{160001} \cong 800 \text{ м/сек}^2.$$

47. Ускорение точки тела, равноускоренно вращающегося вокруг неподвижной оси, в некоторый момент времени равно $16 \sqrt{3}$ м/сек², а скорость равна 2 м/сек.

Найти касательное и нормальное ускорение этой точки в этот же момент, а также закон вращения тела вокруг оси, если расстояние указанной точки от оси вращения равно 0,5 м, начальная скорость ее равна нулю, а начальный угол поворота $\varphi_0=0$.

ОТВЕТ: $\omega_\tau = 8 \sqrt{11}$ м/сек²;

$$\omega_n = 8 \text{ м/сек}^2;$$

$$\varphi = 8 \sqrt{11} t^2.$$

48. Тело вращается равноускоренно без начальной скорости. В момент $t=1$ сек. точка тела, находящаяся от оси вращения на расстоянии 2 м, имеет ускорение $\omega = 2\sqrt{2}$ м/сек².

Найти касательное, нормальное и полное ускорения другой точки тела, находящейся от оси вращения на расстоянии 4 м в момент $t=2$ сек.

ОТВЕТ: $\omega_\tau = 4$ м/сек²;

$$\omega_n = 16 \text{ м/сек}^2;$$

$$\omega = 4 \sqrt{17} \text{ м/сек}^2.$$

49. Тело вращается равноускоренно из состояния покоя. В тот момент, когда угловая скорость тела равна 2 1/сек , полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 2 м от оси вращения, равно 10 м/сек^2 .

Найти ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения в момент $t=3 \text{ сек}$.

ОТВЕТ: $\omega = 3 \sqrt{730} \text{ м/сек}^2$.

50. Тело совершает равнопеременное вращение вокруг неподвижной оси. При $t=2 \text{ сек}$ тело изменяет направление вращения. При $t=4 \text{ сек}$ угол поворота становится равным нулю. В момент, когда угловая скорость тела становится численно в два раза меньше начальной угловой скорости, угол поворота тела равен 20 радианам .

Найти ускорение точки тела, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения при $t=2 \text{ сек}$.

ОТВЕТ: $\omega = \frac{40}{3} \text{ м/сек}^2$.

51. Маховое колесо радиуса $R = 1 \text{ м}$ вращается равноускоренно из состояния покоя. Ускорение точки обода маховика в некоторый момент времени равно 6 м/сек^2 и наклонено к радиусу под углом $\alpha = 30^\circ$.

Определить в конце первой секунды скорость и ускорение точки, отстоящей от оси вращения на расстоянии $\frac{1}{3} \text{ м}$.

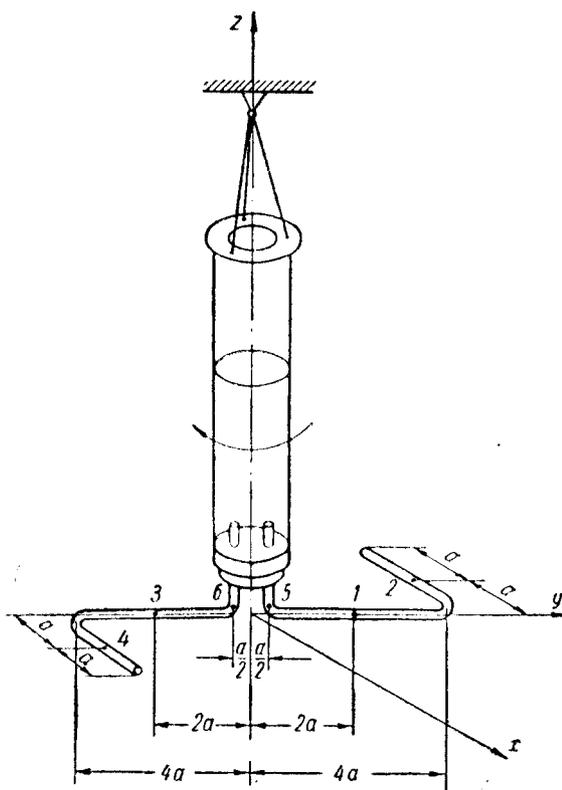
ОТВЕТ: $v = 1 \text{ м/сек}$;

$\omega = \sqrt{10} \text{ м/сек}^2$.

III. СОСТАВНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

52. На рисунке изображено сегнерово колесо, которое вращается вокруг оси z с угловой скоростью ω в сторону, противоположную направлению струек воды, вытекающих из отверстий изогнутых трубочек.

Найти величины абсолютных скоростей частиц жидкости, расположенных в точках $1, 2, 3, 4, 5, 6$ в момент, изображенный на рисунке, если величина относительной скорости этих точек равна u . Размеры указаны на чертеже.



К задаче 52.

$$\begin{aligned} \text{ОТВЕТ: } v_1^{abc} &= v_2^{abc} = \sqrt{u^2 + 4a^2\omega^2}; \\ v_2^{abc} &= v_1^{abc} = \sqrt{a^2\omega^2 + (4a\omega - u)^2}; \\ v_s^{abc} &= v_6^{abc} = \sqrt{u^2 + \frac{a^2}{4}\omega^2}. \end{aligned}$$

53. В кривошипно-шатунном механизме, у которого $AB=BO$, на продолжении кривошипа взяты точки N и M , причем $BM=AB=2BN=10$ см.

Полагая, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 4$ 1/сек, найти:

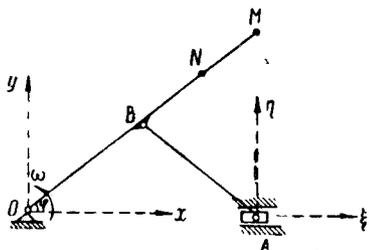
1) траектории точек M и N относительно подвижной системы координат $\xi A \eta$, жестко связанной с ползуном A ,

2) скорость точек M и N относительно ползуна A при $\varphi = 45^\circ$.

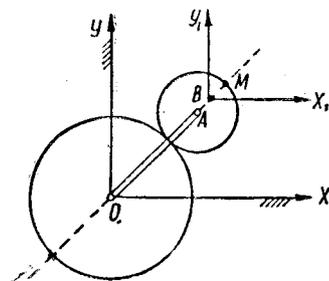
ОТВЕТ: 1) $\xi_M = 0$ — прямая,

$$\left(\frac{\xi_N}{5}\right)^2 + \left(\frac{\eta_N}{15}\right)^2 = 1,$$

$$2) v_M = 40\sqrt{2} \text{ см/сек}; v_N = 10\sqrt{20} \text{ см/сек}.$$



К задаче 53.



К задаче 54.

54. Определить переносную и относительную скорости точки M подвижной шестеренки радиуса r , катящейся без скольжения по неподвижной шестеренке радиуса $2r$, если вращение кривошипа OA вокруг центра O совершается с угловой скоростью ω . Точка M лежит на конце диаметра, совпадающего с направлением кривошипа. За переносное движение принять движение подвижной системы координат $x_1 y_1$, начало которой скреплено с точкой B , лежащей на кривошипе или на его продолжении, и которая относительно неподвижной системы xOy движется поступательно.

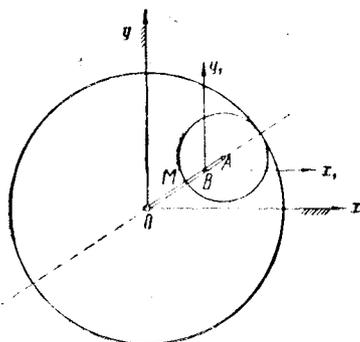
$$\text{ОТВЕТ: } v_M^{пер} = v_B = OB \cdot \omega; v_M^{отн} = 6r\omega \mp OB \cdot \omega.$$

Знак минус соответствует случаю, когда точка B лежит справа от точки O и плюс — слева от нее.

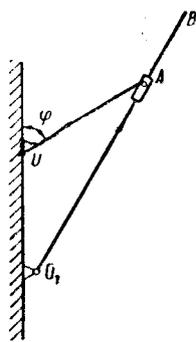
55. Определить переносную и относительную скорости точки M подвижной шестеренки радиуса r , катящейся без скольжения внутри неподвижной шестеренки радиуса $3r$, если вращение кривошипа OA вокруг центра O совершается с угловой скоростью ω . Точка M лежит на конце диаметра, совпадающего с направлением кривошипа. За переносное движение принять движение подвижной системы координат x_1By_1 , начало которой скреплено с точкой B , лежащей на кривошипе или на его продолжении, и которая относительно неподвижной систему xOy движется поступательно.

ОТВЕТ: $v_M^{пер} \sim v_B = OB \cdot \omega$; $v_M^{отн} \sim 4r\omega \mp OB \cdot \omega$.

Знак минус соответствует случаю, когда точка B лежит справа от точки O и плюс — слева от нее.



К задаче 55.



К задаче 56.

56. Механизм состоит из кривошипа OA и кулисы O_1B , вращающихся вокруг параллельных осей O и O_1 . Кривошип OA вращается по закону $\varphi = 2t$ (t — в сек.); $OO_1 = OA = 20$ см.

Найти при $\varphi = 60^\circ$ относительную скорость точки A конца кривошипа по отношению к кулисе и угловую скорость кулисы.

ОТВЕТ: $v_{отн} = 20$ см/сек; $\omega_1 = \frac{1}{2}$ 1/сек.

57. В кулиском механизме $OA = OB = 8$ см. Кулиса BC вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2\sqrt{2}$ 1/сек. На середине кривошипа OA взята точка M .

Найти: 1) траекторию точки M относительно подвижной системы координат xOy , жестко связанной с кулисой BC ,

2) скорость точки M относительно кулисы при $\varphi = 45^\circ$.

ОТВЕТ: 1) $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1$,

2) $v \cong 25,3$ см/сек.

58. На чертеже дана схема пары колес внутреннего зацепления, причем $r_I = 2r_{II} = 20$ см. На колесе II взяты две точки M и N так, что $O_2M = 2O_2N = r_{II}$, а с колесом I жестко связана подвижная система координат $\xi O_1\eta$.

Полагая, что в начальном положении ось $O_1\eta$ перпендикулярна к O_1O_2 и $\omega_1 = 5\sqrt{2}$ 1/сек, найти: 1) уравнения траекторий точек M и N относительно подвижной системы $\xi O_1\eta$,

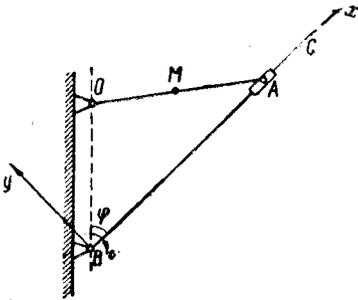
2) относительные скорости точек M и N в тот момент, когда радиус O_2M повернется на 90° .

ОТВЕТ: 1) $y_M = 0$,

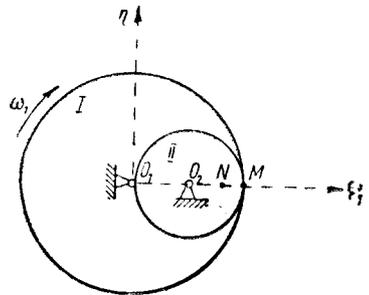
2) $v_M = 100$ см/сек,

$$\frac{x_N^2}{225} + \frac{y_N^2}{25} = 1,$$

$v_N = 25\sqrt{10}$ см/сек.



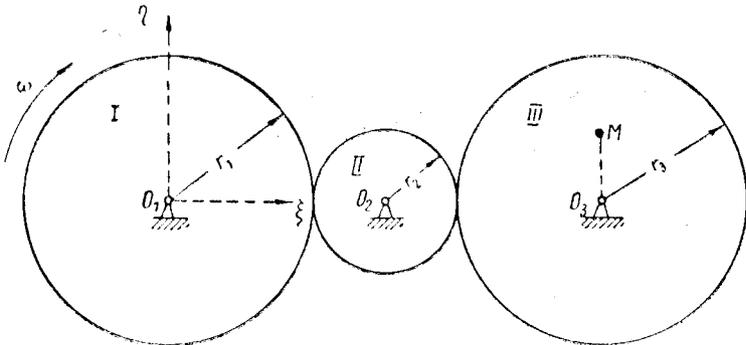
К задаче 57.



К задаче 58.

59. Зубчатое колесо I вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ 1/сек; на колесе III взята точка M так, что O_2M перпендикулярен к O_1O_2 . Подвижная система координат $\xi O_1\eta$ жестко связана с колесом I.

Найти: 1) уравнение траектории точки M относительно этой подвижной системы координат,



К задаче 59.

2) величину и направление относительной скорости точки M , если $r_1=r_2=10$ см; $r_2=5$ см; $O_3M=4$ см.

ОТВЕТ:

$$\xi^2 + (\eta - 4)^2 = 900; v_{отн} = 60 \text{ см/сек}; \cos(\mathbf{v}, \mathbf{i}) = -\sin 2t.$$

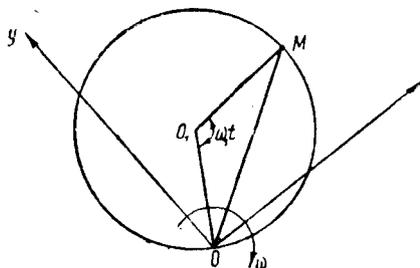
60. Точка M движется по окружности радиуса R так, что радиус $O'M$ имеет постоянную угловую скорость ω_1 .

Найти проекции на радиус $O'M$ и на прямую OM относительно ускорения этой точки по отношению к равномерно вращающейся с угловой скоростью ω системе осей координат xOy .

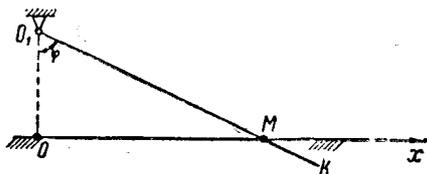
ОТВЕТ:

$$\omega_{отн/OM} = -R \sin \frac{\omega_1 t}{2} (\omega_1^2 + 2\omega^2 + 2\omega_1\omega);$$

$$\omega_{отн/O'M} = -R \left[2\omega^2 \sin^2 \frac{\omega_1 t}{2} + \omega_1 (\omega_1 + 2\omega) \right].$$



К задаче 60.



К задаче 61.

61. Полупрямая O_1K , вращаясь вокруг O_1 по закону $\varphi = \frac{\pi}{3}t$, движет колечко M , одетое на неподвижную горизонтальную проволоку, отстоящую от точки O_1 на расстоянии $OO_1 = a = 9$ см.

Найти скорость и ускорение колечка M в тот момент, когда угол φ будет равен 60° .

ОТВЕТ:

$$v = 12\pi \text{ см/сек}; \omega = 8\sqrt{3}\pi^2 \text{ см/сек}^2.$$

62. Через колечко M , нанизанное на неподвижный стержень BC , параллельный оси Ox , проходит стержень OA , вращающийся вправо вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω и в начальный момент совпадавший с осью Oy .

Полагая, что движение происходит в течение промежутка t удовлетворяющего условию $0 \leq \omega t < \frac{\pi}{2}$, и рассматривая движение точки M как состоящее из переносного (вращение стержня OA) и относительного (скольжения по стержню OA), найти $v_{пер}$, $v_{отн}$,

$\omega_{пер}$, $\omega_{отн}$, $\omega_{доб}$ и проекции абсолютной скорости и ускорения на оси Ox и Oy . Результат проверить, рассмотрев движение точки M , как скольжение по стержню BC ($OB = a$).

ОТВЕТ:

$$v_{пер} = \frac{\omega \cdot a}{\cos \omega t};$$

$$v_{отн} = \frac{a\omega \operatorname{tg} \omega t}{\cos \omega t};$$

$$\omega_{пер} = \frac{\omega^2 a}{\cos \omega t};$$

$$\omega_{отн} = a\omega^2 \frac{1 + 2\operatorname{tg}^2 \omega t}{\cos \omega t};$$

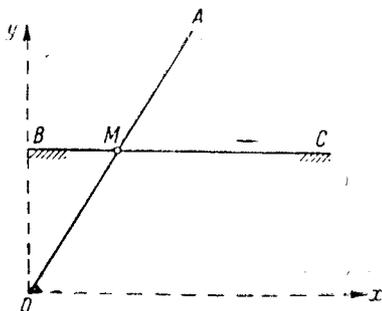
$$\omega_{доб} = 2a\omega^2 \frac{\operatorname{tg} \omega t}{\cos \omega t};$$

$$v_x = \omega a \sec^2 \omega t;$$

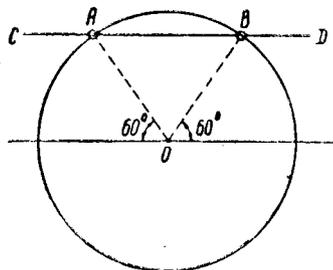
$$v_y = 0;$$

$$\omega_x = 2\omega^2 a \frac{\sin \omega t}{\cos^3 \omega t};$$

$$\omega_y = 0.$$



К задаче 62.



К задаче 63.

63. Стержень CD проходит через два колечка A и B , скользящие по неподвижному проволочному кольцу с центром в точке O радиуса 80 см, и движется поступательно, оставаясь все время горизонтальным и имея в показанном на чертеже положении скорость 4 см/сек и ускорение $4\sqrt{3}$ см/сек².

Найти для этого положения стержня: 1) скорости колечек A и B (относительную, переносную и абсолютную),

2) ускорение этих точек (относительное, переносное и абсолютное).

ОТВЕТ:

$$v_{отн} = 4\sqrt{3} \text{ см/сек};$$

$$v_{пер} = 4 \text{ см/сек};$$

$$v_{abc} = 8 \text{ см/сек};$$

$$\omega_{пер} = 4\sqrt{3} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{отн} = 10,4 \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{abc}^n = 0,8 \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{abc}^r = 7,2\sqrt{3} \text{ см/сек}^2.$$

64. Трубка AB вращается вокруг перпендикулярной к ней оси Oz с постоянной угловой скоростью ω . Вдоль трубки колеблется шарик M по закону: $OM = a \sin \omega t$.

1) составить уравнение абсолютного движения шарика M , определить его траекторию и найти скорость и ускорение в произвольный момент t ,

2) рассматривая движение шарика, как состоящее из переносного (вращения трубки) и относительного, найти для произвольного момента t его скорость, ускорение и радиус кривизны траектории.

ОТВЕТ:

$$x = \frac{a}{2} \sin 2\omega t;$$

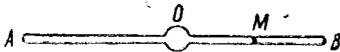
$$y = \frac{a}{2} (1 - \cos 2\omega t);$$

$$x^2 + \left(\frac{a}{2} - y\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2;$$

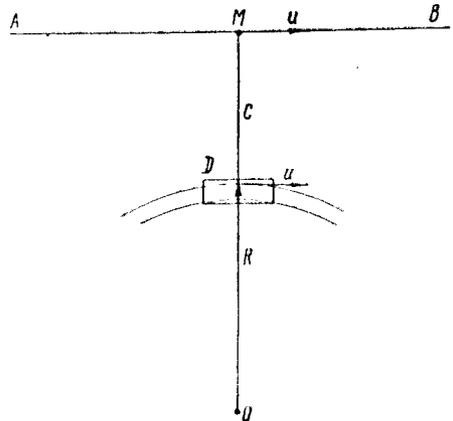
$$v = a\omega;$$

$$w = 2a\omega^2;$$

$$\rho = \frac{a}{2}.$$



К задаче 64.



К задаче 65.

65. Вагон идет по закруглению, внешний рельс которого—дуга окружности радиуса R . Точка D вагона, идущая над внешним рельсом, имеет скорость U м/сек. По дорожке AB едет велосипед с той же скоростью U м/сек.

Рассматривая его как материальную точку, а вагон как твердое тело, найти его скорость относительно вагона в момент, когда ODM —прямая и $OM \perp AB$, если в этот момент $DM = c$.

ОТВЕТ:

$$v_m^{\text{отн}} = U \cdot \frac{c}{R}.$$

66. Определить переносные и относительные скорости и ускорения точки M подвижной шестеренки радиуса r , катящейся без скольжения по неподвижной шестеренке радиуса $2r$, если вращение кривошипа OA вокруг центра O совершается с постоянной угловой скоростью ω . Точка M лежит на радиусе, перпендикулярном к линии OA . За переносное движение принять движение подвижной системы координат x_1Ay_1 , начало которой скреплено с точкой A и которая относительно неподвижной системы xOy движется поступательно.

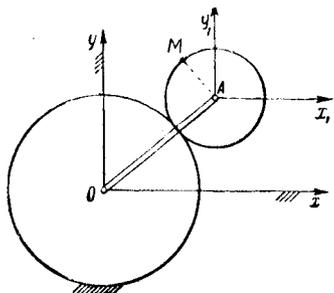
ОТВЕТ:

$$v_M^{пер} = 3r\omega;$$

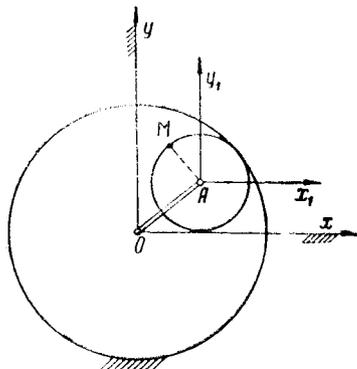
$$v_M^{отн} = 3r\omega;$$

$$\omega_M^{пер} = 3r\omega^2;$$

$$\omega_M^{отн} = 9r\omega^2.$$



К задаче 66.



К задаче 67.

67. Определить переносные и относительные скорости и ускорения точки M подвижной шестеренки радиуса r , катящейся без скольжения внутри неподвижной шестеренки радиуса R , если вращение кривошипа OA вокруг центра O совершается с постоянной угловой скоростью ω . Точка M лежит на радиусе, перпендикулярном к линии OA . За переносное движение принять движение подвижной системы координат x_1Ay_1 , начало которой совпадает с точкой A и которая относительно неподвижной системы xOy движется поступательно.

ОТВЕТ:

$$v_M^{пер} = \omega(R-r);$$

$$v_M^{отн} = \omega(R-r);$$

$$\omega_M^{пер} = \omega^2(R-r);$$

$$\omega_M^{отн} = \omega^2 \frac{(R-r)^2}{r}.$$

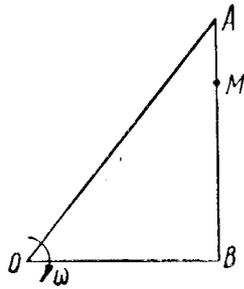
68. Прямоугольный треугольник OAB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 1$ 1/сек в своей плоскости вокруг оси, проходящей через вершину O , а точка M движется ускоренно с постоянным ускорением 2 см/сек² (начальная скорость равна нулю) вдоль стороны треугольника от A к B .

Найти абсолютную скорость и ускорение точки M для момента $t = 1/2$ сек., считая, что в этот момент треугольник OAB занимает положение, указанное на чертеже и $OB = OM = 4$ см.

ОТВЕТ:

$$v = \sqrt{41} \text{ см/сек};$$

$$\omega = 6\sqrt{2} \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 68.

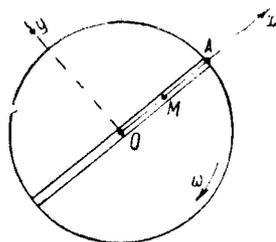
69. Диск радиуса OA вращается вокруг центра O по часовой стрелке с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi$ 1/сек. По диаметру диска колеблется точка по уравнению: $x = a \cdot \cos \pi t$.

Найти абсолютные скорость и ускорение точки M в моменты $t = 0$; $t = \frac{1}{2}$ сек.

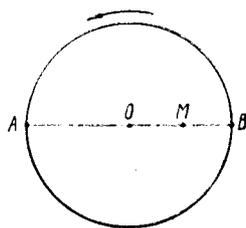
ОТВЕТ:

$$t = 0; \quad v = \pi \cdot a \text{ см/сек}; \quad \omega = 2\pi^2 a \text{ см/сек}^2;$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ сек.}; \quad v = \pi \cdot a \text{ см/сек}; \quad \omega = 2\pi^2 a \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 69.



К задаче 70.

70. Точка M колеблется по отрезку диаметра круга по закону: $x = \sin 2t$, где $x = OM$ есть расстояние от центра круга в направлении к точке B , выраженное в см. Одновременно весь круг вращается в своей плоскости вокруг центра, против часовой стрелки, равномерно, имея начальную угловую скорость $\omega_0 = 4$ 1/сек и угловое ускорение $\epsilon = -12$ 1/сек².

Найти полное ускорение точки M в момент $t = \frac{\pi}{4}$ сек. и изобразить на чертеже его составляющие, предполагая, что в этот момент диаметр AB горизонтален и точка B находится справа.

ОТВЕТ:

$$w = \sqrt{[4 + (4 - 3\pi)^2] + 12^2} \approx 38 \text{ см/сек}^2.$$

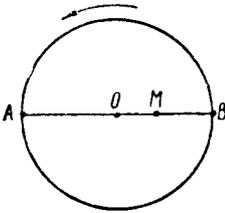
71. Точка M колеблется по отрезку диаметра круга по закону: $x = \sin \pi t$, где $x = OM$ есть расстояние от центра круга в направлении к точке B , выраженное в см. Одновременно весь круг вращается в своей плоскости вокруг своего центра, против часовой стрелки, равномерно, с начальной угловой скоростью, соответствующей 180 об/мин и угловым ускорением $\epsilon = -8\pi$ 1/сек².

Найти полное ускорение точки M в момент $t = \frac{1}{2}$ сек. и изобразить на чертеже его составляющие, предполагая, что в этот момент

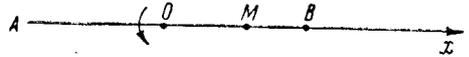
диаметр AB горизонтален и точка B находится справа (при вычислении π принять $\pi^2=10$).

ОТВЕТ:

$$\omega = \pi \sqrt{25\pi^2 + 64} \cong 56 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 71.



К задаче 72.

72. Прямолинейный отрезок AB вращается в плоскости чертежа вокруг точки O по закону $\varphi = \frac{t^2}{2}$. Вдоль этого отрезка колеблется точка так, что ее расстояние от точки O изменяется по закону $x = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ (t — в сек., x — в см).

Найти для момента $t = 3\frac{1}{3}$ сек. положение точки на отрезке и все составляющие ее скорости и ускорения.

ОТВЕТ:

$$v_{\text{отн}} = \frac{\pi}{4} \text{ см/сек};$$

$$\omega_{\text{пер}}^{\tau} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ см/сек}^2;$$

$$v_{\text{пер}} = \frac{5}{3}\sqrt{3} \text{ см/сек};$$

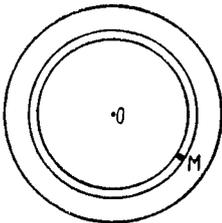
$$\omega_{\text{пер}}^n = \frac{50}{9}\sqrt{3} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{\text{отн}} = \frac{\pi^2\sqrt{3}}{8} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{\text{доб}} = \frac{5}{3}\pi \text{ см/сек}^2.$$

73. Диск вращается вокруг оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через его центр с угловым ускорением $\varepsilon = 2$ 1/сек². В начальный момент диск был в покое. В пазах, проложенных по концентрической окружности радиуса $r = 3$ см, движется шарик по закону $s = 0,5t^3$ в направлении, противоположном вращению диска.

Определить абсолютную скорость и ускорение шарика в конце второй секунды.



К задаче 73.

ОТВЕТ:

$$v = 6 \text{ см/сек};$$

$$\omega = 12 \text{ см/сек}^2.$$

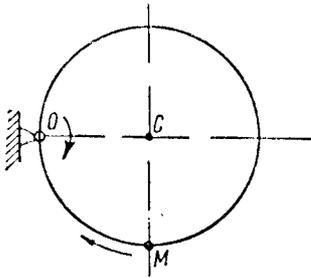
74. Окружность радиуса 2 см вращается вокруг своей точки O с постоянной угловой скоростью $\omega = 3$ 1/сек, оставаясь в своей плоскости. По этой окружности равномерно движется точка M со скоростью 6 см/сек.

Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент, когда $\angle OCM=90^\circ$ (C —центр окружности).

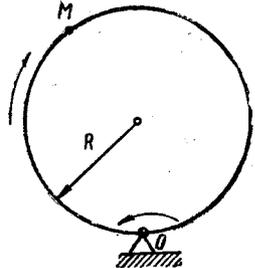
ОТВЕТ:

$$v_m = 6\sqrt{5} \text{ см/сек};$$

$$w_m = 18\sqrt{17} \approx 74,2 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 74.



К задаче 75.

75. Проволочная окружность радиуса R вращается около точки O в плоскости чертежа против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi \text{ 1/сек}$. По окружности скользит колечко M по уравнению $s = \pi R t^2$ ($s = \cup OM$).

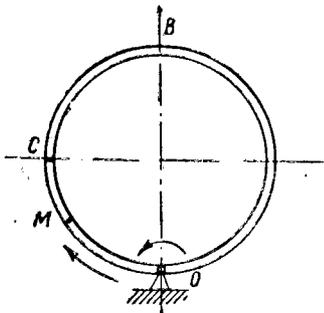
Найти абсолютные скорость и ускорение точки M в момент $t = 1 \text{ сек}$.

ОТВЕТ:

$$v_m = 0; \quad w_m = 2\pi R \sqrt{1 + \pi^2}.$$

76. Кольцо радиуса $R = 50 \text{ см}$ вращается вокруг точки O , оставаясь все время в своей плоскости, с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 1 \text{ 1/сек}^2$. Начальная угловая скорость колеса равна нулю. В момент начала вращения из точки O выходит точка M , движущаяся по окружности кольца по закону: $s = 50\pi \sin \frac{\pi}{6} t \text{ см}$.

Найти все ускорения точки в тот момент, когда она достигает точки C .



К задаче 76.

ОТВЕТ:

$$\omega_{отн}^{\tau} = -\frac{25\pi^3}{36} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{отн}^n = \frac{25\pi^4}{24} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{пер}^{\tau} = 50\sqrt{2} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega_{пер}^n = 50\sqrt{2} \text{ см/сек}^2;$$

$$w_{доб} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \pi^2 \text{ см/сек}^2.$$

77. Точка M движется по окружности радиуса r по закону:

$$\sphericalangle AM = s = \frac{\pi r t^2}{2} \text{ см.}$$

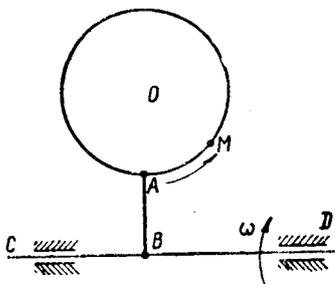
При $t=0$ точка M находится в точке A . Окружность вращается равномерно вокруг оси CD , лежащей с ней в одной плоскости, с угловой скоростью $\omega = 1$ 1/сек; $AB = r = 1$ см.

Найти ускорение в моменты времени $t=0$; $t=1$ сек.

ОТВЕТ:

$$\omega = \sqrt{\pi^2 + 1} \text{ см/сек}^2;$$

$$\omega = \sqrt{\pi^4 + 5\pi^2 - 4\pi + 4} \approx 11,7 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 77.



К задаче 78.

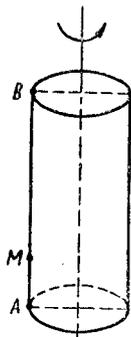
78. Вдоль образующей цилиндра, вращающегося с угловым ускорением $\epsilon = 1$ 1/сек², движется точка M с постоянным относительным ускорением $\omega_{отн} = 10$ см/сек².

Найти абсолютные скорость и ускорение точки M в момент $t = 1$ сек., если радиус цилиндра $R = 10$ см и его начальная угловая скорость и начальная относительная скорость точки равны нулю.

ОТВЕТ:

$$v = 10 \sqrt{2} \text{ см/сек};$$

$$\omega = 10 \sqrt{3} \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 79.

79. Точка M движется по образующей AB цилиндра вверх по закону: $x = AM = \ln(t + 1)$ (в см). Одновременно цилиндр вращается вокруг своей оси в направлении, указанном на чертеже, равнозамедленно, имея начальную угловую скорость $\omega_0 = 2$ 1/сек и угловое ускорение $\epsilon = -3$ 1/сек². Радиус цилиндра равен 2 см.

Найти полное ускорение точки M в момент $t = \frac{1}{3}$ сек. и изобразить на чертеже его составляющие, предполагая, что в этот момент образующая AB находится слева.

ОТВЕТ: $w = \frac{1}{16} \sqrt{10321} \text{ см/сек}^2$.

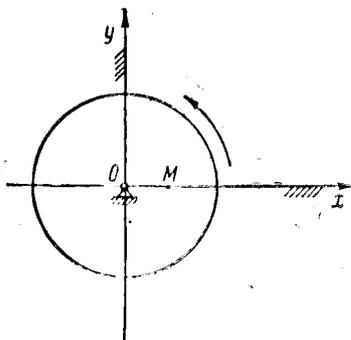
80. Полагая в задаче 53, что угловая скорость и угловое ускорение сегнера колеса для положения, изображенного на рисунке, соответственно равны ω и ϵ , найти величины абсолютных ускорений частиц жидкости, расположенных в точках 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Относительное ускорение частичек жидкости равно w .

ОТВЕТ: $w_1^{abc} = w_3^{abc} = \sqrt{4(a\epsilon + \omega w)^2 + (w - 2a\omega^2)^2}$;
 $w_2^{abc} = w_4^{abc} = \sqrt{(a\omega^2 + 4a\epsilon - w)^2 + (2\omega w + a\epsilon - 4a\omega^2)^2}$;
 $w_5^{abc} = w_6^{abc} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2(\omega^4 + \epsilon^2) + 4w^2}$.

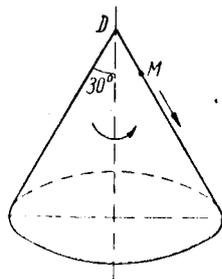
81. Система координат xOy изображена на неподвижном стекле, под которым вращается диск с постоянной угловой скоростью ω . По оси Ox движется точка M по закону $OM = x = a \cos \omega t$.

Найти относительно диска скорость и ускорение точки M в момент $t=0$.

ОТВЕТ: $v_{отн} = \omega \cdot a$;
 $w_{отн} = 2\omega^2 a$.



К задаче 81.



К задаче 82.

82. Точка M , выходя из вершины конуса D , движется вдоль образующей по закону $s = t^2$. Конус вращается около своей оси по уравнению: $\varphi = t + \frac{t^2}{2}$.

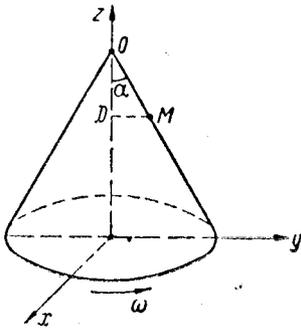
Найти абсолютные скорость и ускорение точки M через 2 сек., после начала движения (s — в м, t — в сек.).

ОТВЕТ: $v_M = 2\sqrt{13} \text{ м/сек}$;
 $w_M = 2\sqrt{122} \text{ м/сек}^2$.

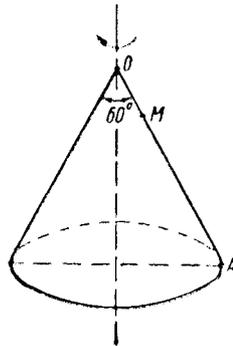
83. Круговой конус с углом раствора $2\alpha=60^\circ$ вращается вокруг своей оси по закону $\varphi=2t^3$ (где φ — угол поворота). По одной из образующих конуса проложен желоб, по которому скатывается, выходя из вершины, шарик с постоянной относительной скоростью, равной 2 см/сек.

Принимая шарик за точку, определить его абсолютные скорость и ускорение через 1 сек. после начала движения.

ОТВЕТ: $v = 2\sqrt{10}$ см/сек;
 $w = 18\sqrt{5}$ см/сек².



К задаче 83.



К задаче 84.

84. Изображенный на чертеже конус вращается равноускоренно из состояния покоя с угловым ускорением $\varepsilon=2$ 1/сек²; по образующей OA конуса движется точка M , выходящая из точки O по закону $s=2+3t+t^2$ см.

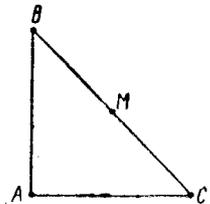
Найти полное ускорение точки M в момент $t=1$ сек., предполагая, что в этот момент образующая OA находится справа.

ОТВЕТ: $w = 2\sqrt{95}$ см/сек².

85. Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC вращается вокруг катета AB равноускоренно с угловым ускорением $\varepsilon=0,5$ 1/сек², его начальная угловая скорость равна нулю. По гипотенузе треугольника движется точка M от вершины B к основанию по закону $s=BM=20tc$ см.

Определить абсолютное ускорение точки M в момент $t=2$ сек.

ОТВЕТ: $w = 10\sqrt{26}$ см/сек².



К задаче 85.

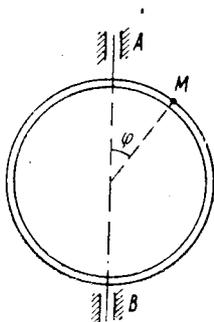
86. Круглая трубка радиуса $R=50$ см вращается вокруг оси AB по ходу часовой стрелки, если смотреть по оси вращения от A

к B , с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = \frac{\pi}{8} \text{ 1/сек}^2$. В трубке движется шарик так, что угол $\varphi = \frac{1}{4} \pi t$, где t — в сек. В момент $t=0$, угловая скорость трубки $\omega = 0$ и угол $\varphi = 0$.

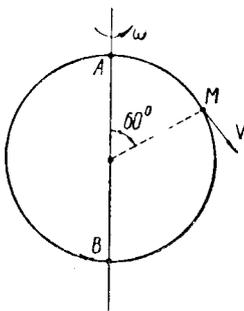
Найти скорость и ускорение шарика в моменты времени, когда угол $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

ОТВЕТ: $v = \frac{75\sqrt{2}\pi}{8} \text{ см/сек};$

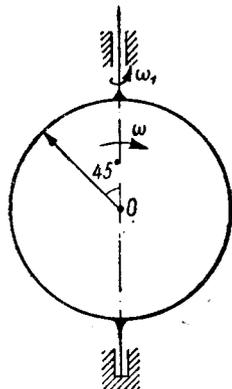
$\omega = \frac{25\sqrt{2}\pi}{16} \sqrt{57\pi^2 + 64\pi + 64} \text{ см/сек}^2.$



К задаче 86.



К задаче 87.



К задаче 88.

87. По окружности радиуса $R=100 \text{ см}$ равномерно движется точка M со скоростью $v=20 \text{ см/сек}$. Окружность равномерно вращается вокруг диаметра AB с угловой скоростью, соответствующей $n=2 \text{ об/мин}$.

Найти полное ускорение ω точки M , когда угол $\varphi=60^\circ$.

ОТВЕТ: $\omega = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi^4}{3} + 10\pi^2 + 36} \text{ см/сек}^2.$

88. Стрелка измерительного прибора вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ 1/сек}$. Одновременно весь прибор вращается вокруг диаметра циферблата тоже равномерно с угловой скоростью $\omega_1 = \frac{2}{3} \text{ 1/сек}$. Направления вращения указаны на чертеже. Длина стрелки 9 см .

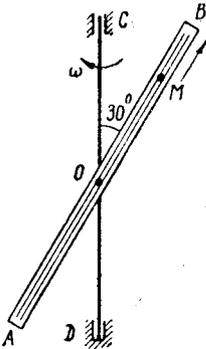
Найти полное ускорение конца стрелки в момент, когда она составляет с осью вращения прибора угол в 45° .

ОТВЕТ: $\omega = 6 \text{ см/сек}^2.$

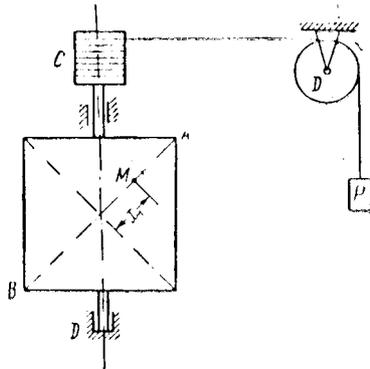
89. Шарик движется внутри трубки по закону $OM = s = (4 + \frac{e^{2t} + e^{-2t}}{2})$ см. Одновременно трубка вращается вокруг вертикальной оси, составляющей с трубкой угол 30° , равномерно с угловой скоростью $\omega = 2$ 1/сек.

Найти все составляющие полного ускорения шарика, а также полное ускорение в момент, когда $t = \ln 2$ сек. Начало отсчета s находится в точке O пересечения трубки с осью вращения.

ОТВЕТ: $\omega_{отн}^{\bar{}} = \frac{17}{2}$ см/сек²;
 $\omega_{отн}^n = 0$;
 $\omega_{пер}^{\tau} = 0$;
 $\omega_{пер}^n = \frac{49}{4}$ см/сек²;
 $\omega_{доб} = \frac{15}{4}$ см/сек²;
 $\omega = \frac{1}{4} \sqrt{2791}$ см/сек².



К задаче 89.



К задаче 90.

90. На вертикальную ось насажены квадратная пластинка со сторонами $2a = 80$ см и шкив C радиуса $r = 10$ см. На шкив намотана нить, которая переброшена через блок D и несет на конце груз P .

Груз P опускается вниз по закону $s = 5\pi t^2$ см и приводит во вращение шкив с пластинкой. Вдоль диагонали AB пластинки совершает гармоническое колебательное движение точка M по закону $x_1 = a \sin \frac{\pi}{2} t$ см.

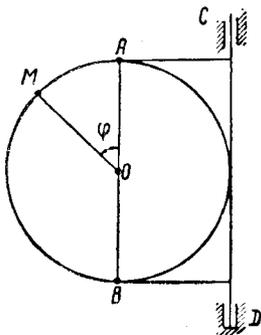
Определить абсолютное ускорение точки при $t = 1$ сек. и $t = 2$ сек.

ОТВЕТ: $\omega_1 = 10\pi \sqrt{13\pi^2 + 8}$ см/сек²;
 $\omega_2 = 40\pi^2 \sqrt{2}$ см/сек².

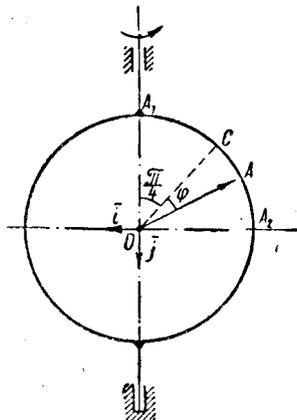
91. Пластина с окружностью на ней вращается вокруг оси касательной к окружности с постоянной угловой скоростью ω . Радиус окружности вращается по закону $\varphi = \pi t$.

Определить абсолютные скорость и ускорение конца радиуса в начальный момент и когда радиус повернется на угол $\frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{ОТВЕТ: } v_0 &= R \sqrt{\omega^2 + \pi^2}; & v_1 &= R \sqrt{\pi^2 + 4\omega^2}; \\ \omega_0 &= R \sqrt{(\omega^2 + \pi^2)^2 + 2\omega^2 R^2}; & \omega_1 &= R (2\omega^2 + \pi^2). \end{aligned}$$



К задаче 91.



К задаче 92.

92. Стрелка OA прибора колеблется около положения OC по закону $\angle COA = \varphi = \frac{\pi}{4} \sin pt$, а весь прибор вращается вокруг вертикальной оси равноускоренно с угловым ускорением ε , причем в момент $t=0$ его угловая скорость равнялась ω_0 . Точка C уходит за чертеж.

Найти полное ускорение конца стрелки в момент $t=0$ и в моменты ее ближайших наибольших отклонений в ту и другую сторону (i, j, k —единичные векторы).

$$\text{ОТВЕТ: } w = r \sqrt{\frac{2}{2}} \left\{ \left(\omega_0^2 + \frac{\pi^2 p^2}{16} \right) i + (\varepsilon + \pi p \omega_0) j + \frac{\pi^2 p^2}{16} k \right\};$$

$$w = r \left\{ \left(\omega_0 + \frac{\varepsilon \pi}{2p} \right)^2 i + \varepsilon j + \frac{\pi p^2}{4} k \right\};$$

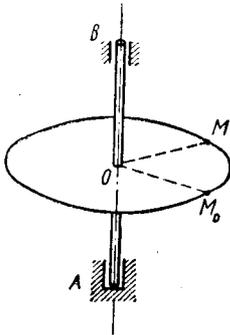
$$w = -\frac{\pi r}{4} p^2 i.$$

93. По краю круглой горизонтальной платформы радиуса R движется точка M по закону $\sphericalangle M_0 M = s = \frac{\pi}{2} R t^2$ см. Платформа вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi$ 1/сек вокруг

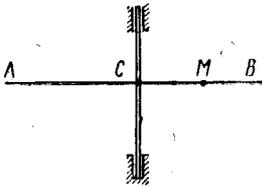
вертикальной оси в направлении, противоположном движению точки, и одновременно движется вдоль оси вращения с постоянным ускорением w .

Определить величину абсолютной скорости и величину абсолютного ускорения точки M в момент $t=2$ сек. В начальный момент скорость движения платформы в направлении оси вращения равна нулю.

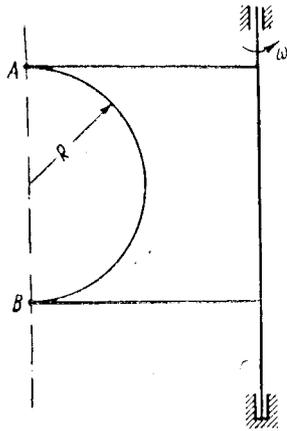
ОТВЕТ: $v_M = \sqrt{\pi^2 R^2 + 4\omega^2}$ см/сек;
 $w = \sqrt{\pi^2 R^2 (1 + \pi^2) + \omega^2}$ см/сек².



К задаче 93.



К задаче 94.



К задаче 95.

94. Точка M движется по горизонтальному прямолинейному стержню AB по закону $CM = s = \omega t^2$ см. Стержень равномерно вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = \frac{\pi}{2}$ 1/сек и одновременно движется вдоль оси вращения с постоянным ускорением w .

Определить величину абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки M в момент $t=1$ сек. В начальный момент скорость стержня в направлении оси вращения равна нулю.

ОТВЕТ: $v_M = \frac{\omega}{2} \sqrt{20 + \pi^2}$ см/сек;
 $w_M = \frac{\omega}{4} \sqrt{\pi^2 (\pi^2 + 48) + 80}$ см/сек².

95. Полуокружность радиуса R вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, параллельной диаметру AB и отстоящей от него на расстоянии $2R$. По окружности из точки A к точке B скользит колечко с постоянной скоростью u .

Определить абсолютные скорость и ускорение колечка в начале движения и в тот момент, когда оно пройдет четверть окружности.

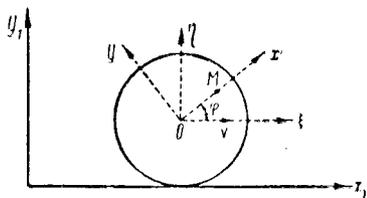
ОТВЕТ: 1) $v = \sqrt{u^2 + 4\omega^2 R^2}$,
 $w = \sqrt{4\omega^4 R^2 + \frac{u^4}{R^2} + 4\omega^2 u^2}$;
 2) $v = \sqrt{u^2 + \omega^2 R^2}$,
 $w = \frac{u^2}{R} - \omega^2 R$.

96. Колесо радиуса R катится без скольжения по прямолинейному рельсу. Центр колеса имеет постоянную скорость v . По диаметру движется точка M по закону $OM = \frac{at^2}{2}$.

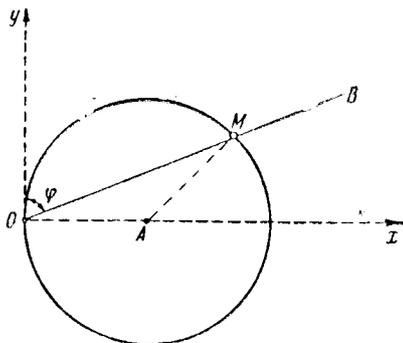
Найти ускорение точки M в абсолютном движении.

ОТВЕТ: $w = \sqrt{[(a - \omega^2 x) \cos \varphi - 2\omega \dot{x} \sin \varphi]^2 + [(a - \omega^2 x) \sin \varphi + 2\omega \dot{x} \cos \varphi]^2}$,

где $\varphi = \frac{vt}{R}$.



К задаче 96.



К задаче 97.

97. На проволочную окружность радиуса 12 см надето колечко M , через которое проходит стержень OB , вращающийся вокруг точки O , лежащей на той же окружности, по закону $\varphi = \frac{\pi}{3} t^2$.

1) составить уравнение относительного движения колечка и определить его относительную скорость и ускорение, принимая за переносное движение вращение стержня,

2) определить для момента, когда угол φ равен $\frac{\pi}{3}$, относительную, переносную и абсолютную скорость и ускорение колечка.

3) написать закон абсолютного движения колечка по проволочной окружности, определить скорость и ускорение в этом движении и найденные величины сопоставить с ранее полученными.

ОТВЕТ:

$$1) OM = 24 \sin \frac{\pi}{3} t \text{ см}; \quad v_{отн} = 16\pi t \cos \frac{\pi}{3} t \text{ см/сек};$$

$$w_{отн} = 16\pi \left[\cos \left(\frac{\pi}{3} t \right) - \frac{2\pi}{3} t \sin \left(\frac{\pi}{3} t \right) \right] \text{ см/сек}^2;$$

$$2) v_{отн} = 8\pi \text{ см/сек}; \quad v_{пер} = 8\pi \sqrt{3} \text{ см/сек}; \quad v_{абс} = 16\pi \text{ см/сек};$$

$$w_{отн} = 16\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} \sqrt{3} \right) \text{ см/сек}^2; \quad w_{пер} = 8\sqrt{3}\pi \text{ см/сек}^2;$$

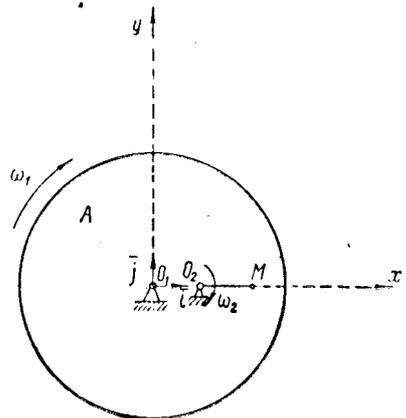
$$w_{пер}^n = \frac{16}{3} \sqrt{3} \pi^2 \text{ см/сек}^2; \quad w_{доб} = \frac{32}{3} \pi^2 \text{ см/сек}^2;$$

$$3) \cup OM = 8\pi t^2 \text{ см}; \quad v = 16\pi t \text{ см/сек};$$

$$w^s = 16\pi \text{ см/сек}^2; \quad w^n = \frac{64}{3} \pi^2 t^2 \text{ см/сек}^2.$$

98. Диск A вращается вокруг неподвижной оси O_1 с постоянной угловой скоростью ω_1 , а стержень O_2M вокруг неподвижной оси O_2 с постоянной угловой скоростью ω_2 .

Рассматривая абсолютное движение точки M как сложное, состоящее из переносного движения диска A и относительного, найти величины и направления относительного и добавочного ускорений точки M для положения, указанного на чертеже, и в тот момент, когда стержень O_2M будет в крайнем левом положении



К задаче 98.

$$O_1O_2 = O_2M = 10 \text{ см};$$

$$\omega_2 = 2\omega_1 = 4 \text{ 1/сек}.$$

ОТВЕТ:

$$1) w_{отн} = 80 \text{ см/сек}^2;$$

$$\cos(w_{отн}, i) = -1;$$

$$w_{доб} = 0;$$

$$2) w_{отн} = 0;$$

$$w_{доб} = 160 \text{ см/сек}^2;$$

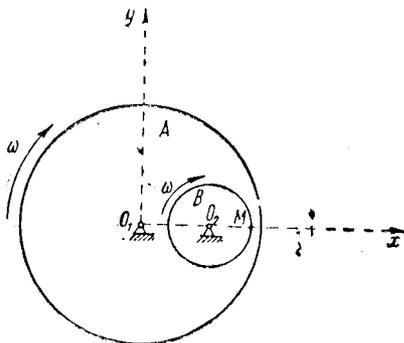
$$\cos(w_{доб}, i) = 0;$$

$$\cos(w_{доб}, j) = 1.$$

99. Диски A и B вращаются по часовой стрелке с постоянной угловой скоростью ω соответственно вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 .

На диске B взята точка M ; рассматривая абсолютное движение точки M как сложное, состоящее из переносного движения диска A и относительного, найти в указанном на чертеже положении величины и направления относительного и добавочного ускорений точки M , если $\omega = 10 \text{ 1/сек}$; $O_1O_2 = 15 \text{ см}$.

ОТВЕТ: $\omega_{отн} = 15 \text{ м/сек}^2$;
 $\omega_{доб} = 30 \text{ м/сек}^2$.



К задаче 99.

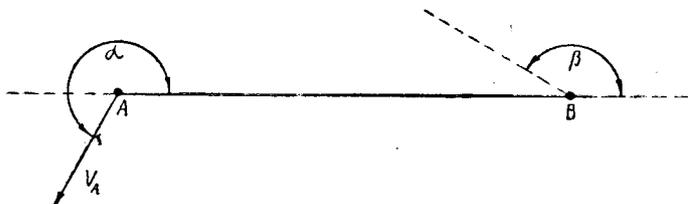
IV. ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

100. Стержень $AB=30$ см совершает плоско-параллельное движение. В данный момент конец A стержня имеет скорость $v=10$ м/сек, направленную под углом $\alpha=240^\circ$ к стержню AB .

Скорость точки B направлена под углом $\beta=150^\circ$ к стержню.

Определить величину скорости точки B , а также величину мгновенной угловой скорости и направление вращения стержня.

ОТВЕТ: $v_B = 5,8$ м/сек; $\omega = 0,38$ 1/сек. Направление вращения против часовой стрелки.



К задаче 100.

101. Стержень AC совершает плоско-параллельное движение. В данный момент скорости точек A и B равны соответственно: $v_A = 10$ м/сек; $v_B = 14$ м/сек; причем направление скорости точки A составляет с AC угол $\alpha = 210^\circ$.

Найти скорость точки C , если $AC = 1,5 AB$ и мгновенное вращение направлено против часовой стрелки.



ОТВЕТ: $v_C = 20,9$ м/сек.

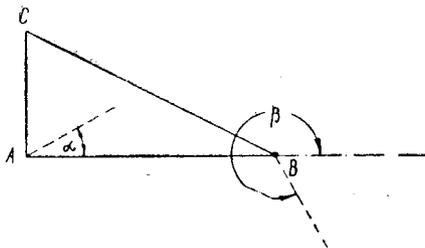
К задаче 101.

102. Прямоугольный треугольник ABC движется в своей плоскости, имея в данный момент угловую скорость $\omega = 10$ 1/сек. Направ-

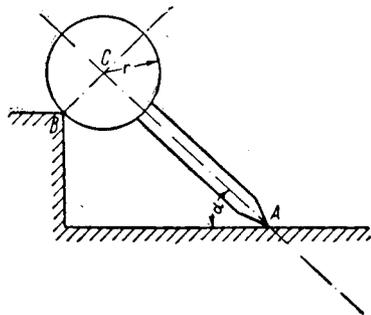
ление скоростей точек A и B составляет с направлением AB углы $\alpha=30^\circ$, $\beta=300^\circ$; $AB=2$ $AC=0,2$ м.

Определить скорости точек A , B и C .

ОТВЕТ: $v_A = 1$ м/сек; $v_B = 1,73$ м/сек; $v_C = 1,92$ м/сек.



К задаче 102.

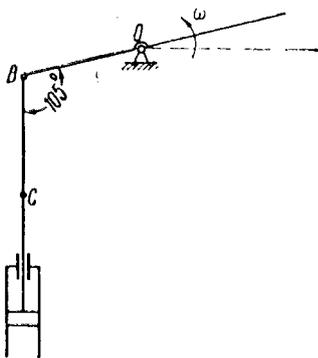


К задаче 103.

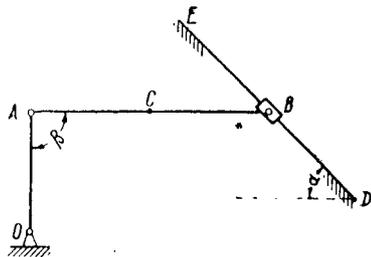
103. Тело AC , состоящее из диска C радиуса $r=2$ см и стержня AD длиной 6 см движется так, что конец A в течение некоторого промежутка времени скользит по стороне прямого угла вправо с постоянной скоростью $v_1=4\sqrt{2}$ см/сек, а диск C опирается на точку B .

Найти угловую скорость тела и линейную скорость точки B диска при $\alpha=45^\circ$; $\angle ACB=90^\circ$.

ОТВЕТ: $\omega=0,5$ 1/сек; $v=5$ см/сек.



К задаче 104.



К задаче 105.

104. На фигуре изображена схема ручного насоса. Угловая скорость рукоятки в данный момент $\omega=2$ 1/сек.

Определить скорость точки C в указанном на чертеже положении и угловую скорость звена BC , когда $\angle OBC=105^\circ$; $BC=BO=a$.

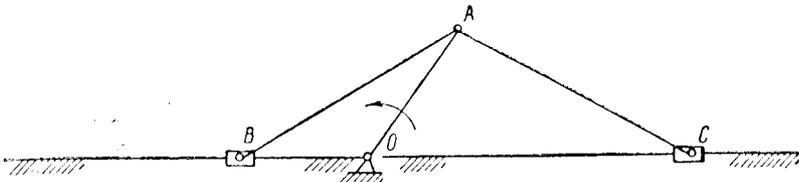
ОТВЕТ: $v_C = 2a \cos 15^\circ;$
 $\omega = 2 \sin 15^\circ.$

105. Кривошип OA длиной 40 см вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ 1/сек и приводит в движение шатун AB длиной 80 см.

Конец B шатуна скользит по направляющей ED , которая составляет с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$.

Найти скорость ползуна B , угловую скорость шатуна AB и скорость точки C середины шатуна AB , когда угол $\beta = 90^\circ$.

ОТВЕТ: $v_B = 80 \sqrt{2}$ см/сек;
 $\omega_1 = 1$ 1/сек;
 $v_C = 40 \sqrt{3}$ см/сек.



К задаче 106.

106. Кривошип OA длиной a см, вращаясь вокруг неподвижной оси O с угловой скоростью ω , приводит в движение ползуны B и C посредством шатунов AB и AC . В данном положении механизма $\angle COA = 60^\circ;$ $\angle OAC = 90^\circ;$ $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$.

Найти относительные скорости:

- 1) мгновенного центра скоростей O_2 шатуна AB относительно шатуна AC ,
- 2) ползуна C относительно осей, движущихся поступательно с точкой A ,
- 3) ползуна C относительно осей, движущихся поступательно с точкой B ,
- 4) ползуна C относительно шатуна AB .

ОТВЕТ: $v_{O_2/AC} = 2\omega \cdot a$ см/сек;
 $v_{C/A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega \cdot a$ см/сек;
 $v_{C/B} = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega \cdot a$ см/сек;
 $v_{C/AB} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \omega \cdot a$ см/сек.

107. В кривошипно-шатунном механизме OAB дано: $OA=0,1$ м; $a=0,1$ м; $AB=0,2$ м; $\omega_{OA}=10$ 1/сек.

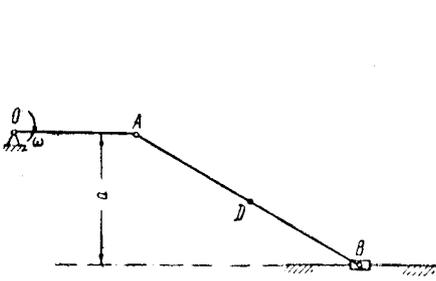
Определить скорость точки B . Найти на шатуне AB точку D , скорость которой направлена по шатуну, и определить величину этой скорости.

ОТВЕТ:

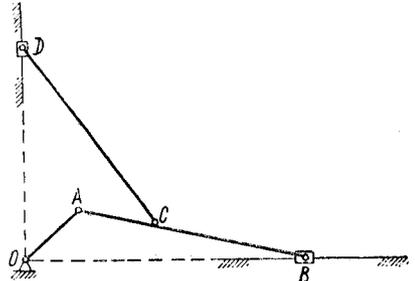
$$v_B = 0,577 \text{ м/сек};$$

$$v_D = 0,5 \text{ м/сек};$$

$$BD = 0,05 \text{ м}.$$



К задаче 107.



К задаче 108.

108. Двухползунковый кривошипный механизм состоит из кривошипа OA , главного шатуна AB , прицепного шатуна CD и двух ползунков B и D , могущих скользить по двум взаимно перпендикулярным направляющим, пересекающимся в точке O . Кривошип OA имеет постоянную угловую скорость ω .

Определить: 1) скорость ползуна D при двух положениях кривошипа OA : правом горизонтальном положении, верхнем вертикальном положении,

2) угловую скорость главного и прицепного шатуна при тех же положениях механизма. $OA=r$; $AB=CD=l$; $AC=\frac{1}{3}l$; $2r < l$.

ОТВЕТ:

$$1) \quad v_D = \frac{2}{3} \omega r,$$

$$\omega_{AB} = \omega \cdot \frac{r}{l},$$

$$\omega_{CD} = 0;$$

$$2) \quad v_D = \omega \cdot r \frac{\sqrt{l^2 - r^2}}{\sqrt{8l^2 + r^2}},$$

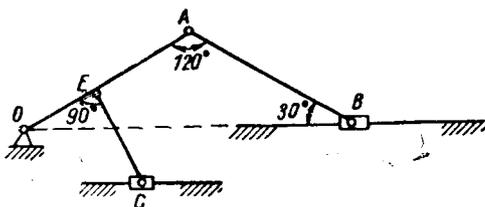
$$\omega_{AB} = 0,$$

$$\omega_{CD} = \frac{3\omega r}{\sqrt{8l^2 + r^2}}.$$

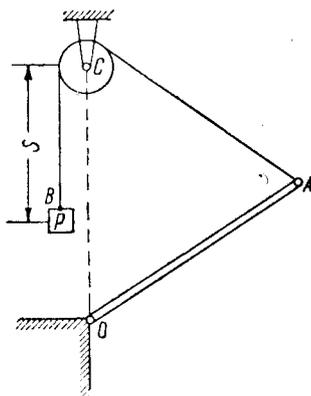
109. К кривошипу OA кривошипно-шатунного механизма OAB шарнирно прикреплен шатун EC , соединенный с ползуном C . Ползуны C и B скользят в горизонтальных направляющих.

Для изображенного на чертеже положения механизма определить скорость ползуна C . Дано: $v_B = 12$ см/сек (точка B движется влево); $OE = \frac{1}{3} OA$. Прямая OB горизонтальна.

ОТВЕТ: $v_C = 8$ см/сек.



К задаче 109.



К задаче 110.

110. Стержень OA длиной $l=2$ м может вращаться около одного из своих концов, закрепленного неподвижным шарниром в точке O ; $OC=OA$. К другому концу привязана нить ACB , перекинутая через блок и несущая груз P .

Найти угловую скорость ω стержня через две секунды после начала движения, когда $\angle OAC = 60^\circ$, если груз опускается по закону $s = \frac{1}{4} t^2$ м.

ОТВЕТ: $\omega = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 1/сек.

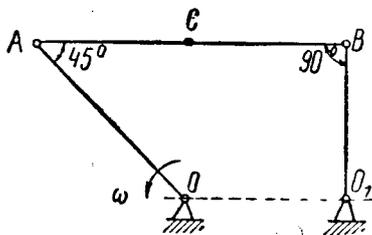
111. Кривошип OA вращается с угловой скоростью $\omega = 4$ 1/сек. Найти угловые скорости звеньев AB и BO_1 при указанном на чертеже положении механизма, а также скорость середины звена AB точки C .

ОТВЕТ:

$$\omega_{AB} = 2 \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{BO_1} = 4 \text{ 1/сек};$$

$$v_C = 20\sqrt{5} \text{ см/сек.}$$

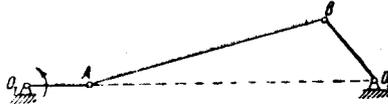


К задаче 111.

112. Кривошип O_1A четырехзвенного механизма O_1ABO_2 вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 20\pi$ 1/сек.

Найти угловые скорости шатуна ω_{AB} и кривошипа ω_{BO_2} , в тот момент, когда кривошип O_1A горизонтален, если известно, что $O_1A = 40$ см, точки O_1 и O_2 лежат на горизонтальной прямой и $O_1O_2 = 240$ см.

ОТВЕТ: $\omega_{AB} = \omega_{BO_2} = 4\pi$ 1/сек.



К задаче 112.

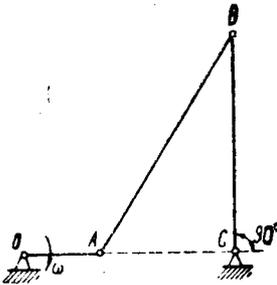
113. В четырехшарнирном механизме $OABC$ длина стержня $OA = 0,1$ м, $AB = 0,3$ м, $OC = 0,25$ м.

Какую угловую скорость должен иметь в данный момент кривошип OA , чтобы в указанном на чертеже положении механизма ведомое звено BC имело угловую скорость, равную 5 1/сек?

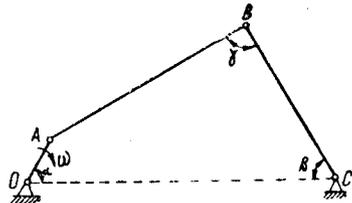
Найти на шатуне AB точку D , скорость которой направлена по шатуну, и вычислить величину этой скорости.

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}\omega_{OA} &= 7,5 \text{ 1/сек}; \\ AD &= 0,075 \text{ м}; \\ v_D &= 0,65 \text{ м/сек}.\end{aligned}$$



К задаче 113.



К задаче 114.

114. В четырехшарнирном механизме $OABC$ длина стержня $OA = 10$ см, $OC = 50$ см, $\alpha = \beta = 60^\circ$; $\gamma = 90^\circ$. Кривошип OA вращается равномерно с числом оборотов в минуту $n = 300$ об/мин.

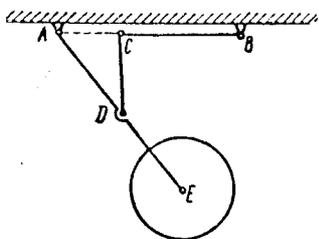
Найти в данном положении механизма на шатуне AB точку D , скорость которой горизонтальна, и определить величину этой скорости.

ОТВЕТ:

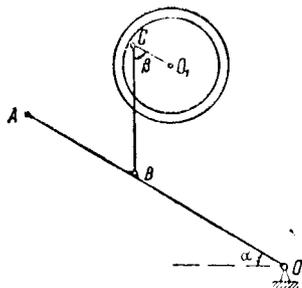
$$\begin{aligned}v_D &= 1,81 \text{ м/сек}, \\ BD &= 11,6 \text{ см}.\end{aligned}$$

115. На чертеже изображена схема убирающегося шасси самолета в процессе уборки. $AD=1$ м; $CB=1,2$ м; $DE=1$ м; $\omega_{CB}=0,2$ 1/сек. В данный момент ACB —прямая (горизонтальна) и $AC=0,6$ м. Определить скорость точки E .

ОТВЕТ: $v_E=0,8$ м/сек.



К задаче 115.



К задаче 116.

116. На чертеже изображен кривошипный механизм с ножной педалью.

По скорости точки A педали найти угловую скорость колеса для указанного на чертеже положения механизма, если для этого положения $\alpha=30^\circ$; $\beta=60^\circ$. Шатун вертикален; $v_A=0,5$ м/сек; $OA=100$ см; $AB=40$ см; $O_1C=10$ см.

ОТВЕТ: $\omega=3$ 1/сек.

117. На чертеже изображена схема механизма станка-качалки нефтяного насоса.

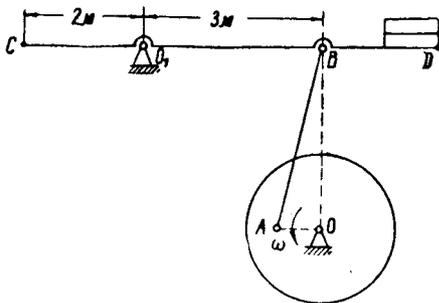
Колесо вращается вокруг оси O , делая 20 об/мин. Для указанного на чертеже положения (балансир CD —горизонтален, шарнир A и точка O на одной горизонтали).

Определить скорость точки C и угловую скорость балансира, если расстояние $OA=60$ см.

ОТВЕТ:

$$v_C = \frac{80}{3} \pi \text{ см/сек};$$

$$\omega_{CD} = \frac{2}{15} \pi \text{ 1/сек.}$$



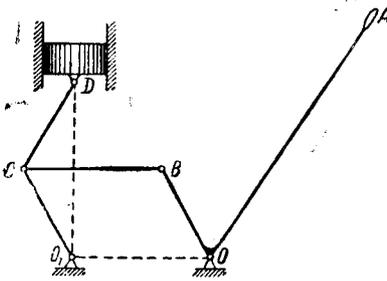
К задаче 117.

118. На чертеже показан механизм прессы.

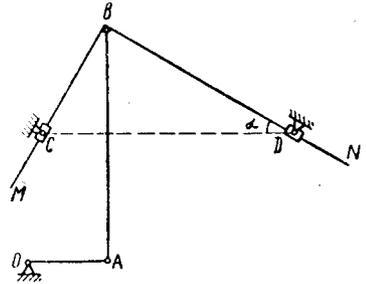
Коленчатый рычаг OAB с осью вращения O шарнирно соединен стержнем BC с кривошипом O_1C и шатуном CD . Для положения,

указанного на чертеже, по скорости точки A равной $0,1$ м/сек, определить скорость точки D и угловую скорость шатуна CD , $OA=1$ м. $OB=O_1C=0,2$ м, $\angle CDO_1=\angle CO_1D=30^\circ$; $OB \parallel O_1C$.

ОТВЕТ: $v = 2$ см/сек; $\omega_{CD} = 0,1$ 1/сек.



К задаче 118.



К задаче 119.

119. В механизме $OABCD$ звено MBN , имеющее форму прямого угла, приводится в движение от кривошипа OA посредством шатуна AB так, что стороны этого угла скользят в прорезах ползунов, которые могут вращаться вокруг точек C и D . Кривошип OA и линия CD горизонтальны, шатун AB вертикален. $CD=3AO=30$ см.

В данный момент угловая скорость кривошипа $\omega=10$ 1/сек и $\alpha=30^\circ$.

Определить скорость точки B и угловую скорость угла MBN .

ОТВЕТ:

$$v_B = 2 \text{ м/сек};$$

$$\omega_1 = 6,7 \text{ 1/сек.}$$

120. Изображенный на чертеже механизм состоит из кривошипов OA , DB , EC , соединенных стержнями AB и BC . Вточках A , B и C — шарниры. Размеры: $OA=20$ см, $DB=40$ см, $EC=15$ см, $OK=66$ см ($KD \perp OK$).

В данном положении механизма $\angle AOK=90^\circ$; OKB — прямая, $\sin \alpha=0,6$; $EC \parallel DB$. Мгновенное значение угловой скорости кривошипа OA равно ω 1/сек.

Найти мгновенные значения скоростей точек B и C и угловых скоростей всех звеньев механизма.

ОТВЕТ:

$$v_B = v_C = 30 \omega \text{ см/сек};$$

$$\omega_{AB} = \frac{\omega}{5} \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{DB} = \frac{3}{4} \omega \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{CB} = 0;$$

$$\omega_{CE} = 2 \omega \text{ 1/сек.}$$

121. Изображенный на чертеже механизм состоит из кривошипов AO, DB и EC , соединенных стержнями AB и BC . A, B, C — шарниры. Размеры: $OA = a$ см, $DB = b$ см, $EC = c$ см, $AB = h$ см. Длина стержня BC произвольна. В данном положении $\angle OAB = \angle DBC = \angle ECB = 90^\circ$; $\angle ABD = \alpha$. Мгновенное значение угловой скорости кривошипа OA равно ω 1/сек.

Найти мгновенные значения скоростей точек B и C и угловых скоростей всех звеньев механизма.

ОТВЕТ:

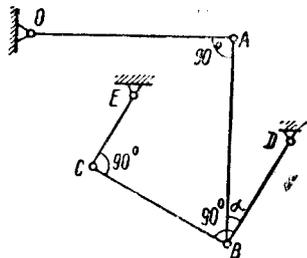
$$v_B = v_C = \frac{\omega \cdot a}{\sin \alpha} \text{ см/сек};$$

$$\omega_{AB} = \omega \cdot \frac{a}{h} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \text{ 1/сек};$$

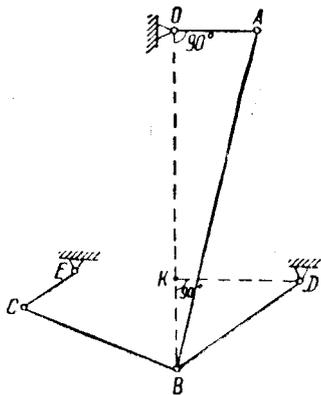
$$\omega_{DB} = \frac{\omega \cdot a}{b \cdot \sin \alpha} \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{BC} = 0;$$

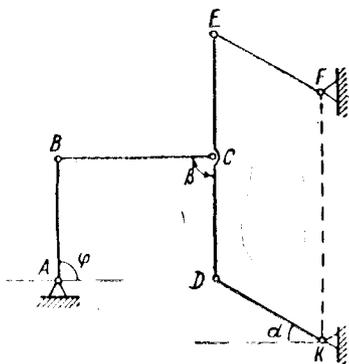
$$\omega_{EC} = \frac{\omega \cdot a}{c \cdot \sin \alpha} \text{ 1/сек}.$$



К задаче 121.



К задаче 120.



К задаче 122.

122. Определить скорость точки C и угловую скорость стержня EF , изображенного на чертеже механизма, если $AB = EF = KD = 10$ см, $CD = CE$, фигура $KDEF$ параллелограм, $\omega_{AB} = 10$ 1/сек и в данный момент

$$\varphi = 90^\circ; \alpha = 30^\circ; \beta = 90^\circ.$$

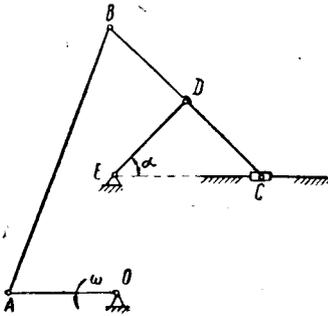
ОТВЕТ: $v_C = 2$ м/сек;

$$\omega_{EF} = 20 \text{ 1/сек}.$$

123. Кривошип OA изображенного на чертеже механизма вращается равномерно с числом оборотов в минуту

$$n = \frac{300}{\pi} \text{ об/мин};$$

$$OA = ED = BD = CD = 15 \text{ см}; \alpha = 45^\circ.$$



К задаче 123.

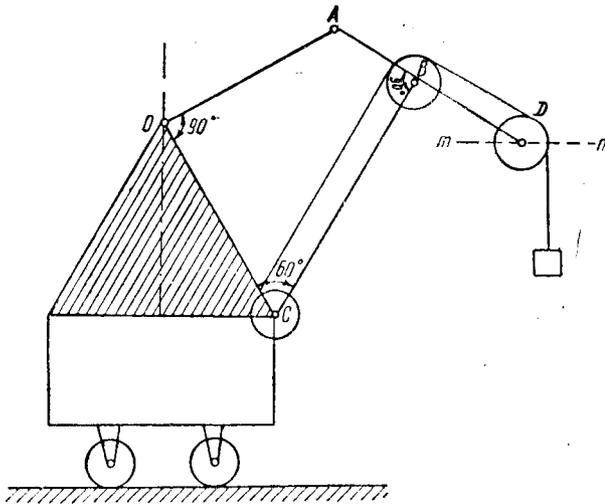
Определить при горизонтальном положении кривошипа скорости точек C и D и угловую скорость звена ED .

ОТВЕТ:

$$v_C = 1,5 \text{ м/сек};$$

$$v_D = 1,06 \text{ м/сек};$$

$$\omega_{ED} = 7,1 \text{ 1/сек}.$$



К задаче 124.

124. В передвижном подъемном кране $OABC$ — четырехшарнирный механизм.

Найти на продолжении шатуна AB точку D , скорость которой в указанном на чертеже положении механизма направлена по горизонтальной прямой mn , и определить величину этой скорости, если $OA = 1 \text{ м}$, $AB = 0,5 \text{ м}$:

$$\omega_{OA} = \omega_1 = 10 \text{ 1/сек}.$$

ОТВЕТ:

$$v_D = 12,25 \text{ м/сек};$$

$$BD = 0,865 \text{ м}.$$

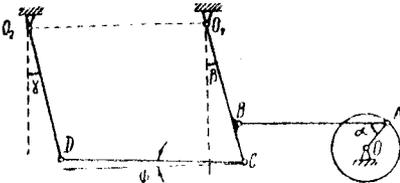
125. При помощи кривошипно-коромыслового механизма OAB решетку O_1CDO_2 приводится в колебательное движение.

Найти скорости точек C и D решетки CD , если горизонтально расположенное коромысло AB составляет с кривошипом $OA = a$ угол α ; равные между собой звенья O_1C и O_2D составляют с вертикалью углы, соответственно равные β и γ , а решетка CD составляет с горизонтом угол ψ ; $O_1B = b$; $BC = c$; $\omega_{OA} = \omega = \text{const}$.

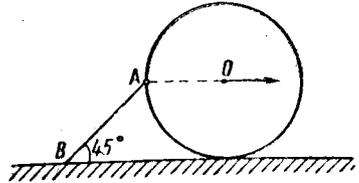
ОТВЕТ:

$$v_C = a\omega \frac{b+c}{b} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \beta};$$

$$v_D = a\omega \frac{b+c}{b} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos(\beta + \psi)}{\cos(\gamma + \psi)}.$$



К задаче 125.



К задаче 126.

126. Колесо радиуса $r=30$ см катится по горизонтальному рельсу. Центр колеса движется по закону $x=10t^2$ см. К колесу шарниром A прикреплен стержень AB , концом B , скользящим по рельсу. Указанное на чертеже положение соответствует $t=3$ сек.

Найти для этого положения скорость точки A , скорость точки B и угловую скорость колеса.

ОТВЕТ:

$$v_A = 60 \sqrt{2} \text{ см/сек};$$

$$v_B = 120 \text{ см/сек};$$

$$\omega = 2 \text{ 1/сек}.$$

127. Показанный на чертеже механизм приводится в движение кривошипом OA , вращающимся вокруг O по закону $\varphi = \frac{\pi}{54} t^2$; $OA = AB = 1$ м. Радиус колеса, которое катится без скольжения по опорной площадке, равен $r=50$ см.

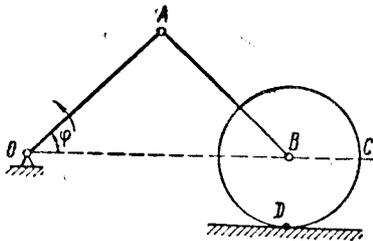
Определить угловые скорости шатуна AB и колеса, а также вычислить скорость точки C , лежащей на конце горизонтального диаметра колеса, через 3 сек. от начала движения.

ОТВЕТ:

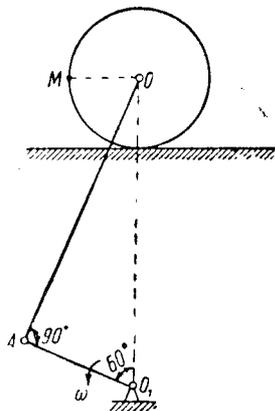
$$\omega_{AB} = \frac{\pi}{9} \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{кол} = \frac{2\pi}{9} \text{ 1/сек};$$

$$v_C = \frac{100\pi\sqrt{2}}{9} \text{ см/сек}.$$



К задаче 127.



К задаче 128.

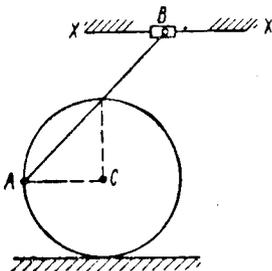
128. Кривошип O_1A вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = \sqrt{3}$ 1/сек. Длина кривошипа равна $\sqrt{3}$ м. Кривошип при помощи шатуна OA приводит в движение колесо, катящееся без скольжения по горизонтальной плоскости. Радиус колеса равен 1 м. Найти скорость точки M колеса.

ОТВЕТ: $v_M = 6\sqrt{2}$ м/сек.

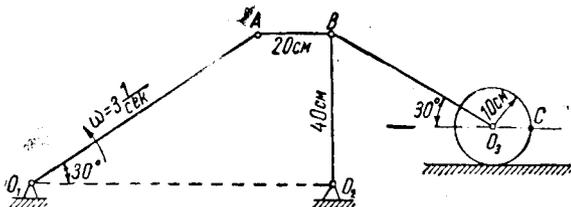
129. Колесо катится без скольжения по горизонтальной прямой. Стержень AB соединен с колесом при помощи шарнира A , а шарниром B с ползуном, скользящим по горизонтальной прямой XX .

Найти скорость ползуна B в тот момент, когда точка A находится на одной горизонтали с точкой C , а стержень AB проходит через наивысшую точку колеса; скорость центра колеса C дана.

ОТВЕТ: $v_B = 2v_C$.



К задаче 129.



К задаче 130.

130. В механизме, изображенном на чертеже, нужно определить линейные скорости точек A , B , O_2 и C и угловые скорости всех звеньев. Колесо катится без скольжения.

ОТВЕТ:

$$v_A = 240 \text{ см/сек};$$

$$v_B = 120 \text{ см/сек};$$

$$v_{O_3} = 120 \text{ см/сек};$$

$$v_C = 120 \sqrt{3} \text{ см/сек};$$

$$\omega_{AB} = 6 \sqrt{3} \text{ 1/сек};$$

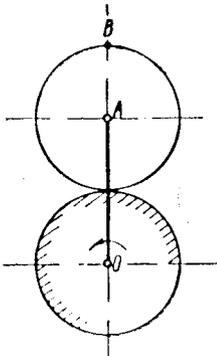
$$\omega_{O_2B} = 3 \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{O_3B} = 0.$$

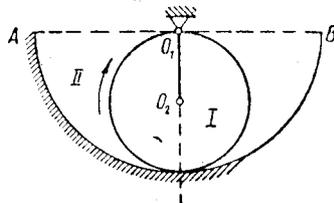
131. Диск радиуса r , катящийся без скольжения по неподвижному диску того же радиуса, приводится в движение кривошипом OA , вращающимся вокруг оси O с угловой скоростью ω .

Найти скорость точки B катящегося диска.

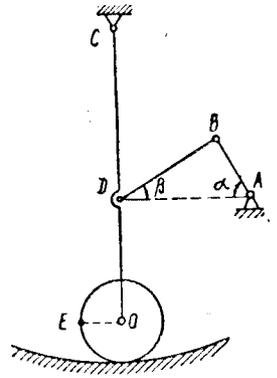
ОТВЕТ: $v_B = 4\omega \cdot r$.



К задаче 131.



К задаче 132.



К задаче 133.

132. Шестеренка I радиуса r катится внутри неподвижной шестеренки II радиуса $R=2r$. Кривошип O_1O_2 , приводящий в движение шестеренку I , имеет постоянную угловую скорость ω .

Для положения, указанного на чертеже, найти на ободе шестеренки I точку, направление скорости которой проходит через точку A , и определить величину этой скорости.

ОТВЕТ: $v_{O_1} = 2 r\omega$.

133. Определить угловую скорость и скорость точки E подвижной шестеренки радиуса $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, катящейся без скольжения внутри неподвижной шестеренки указанного на чертеже механизма в момент, когда кривошип AB и шатун BD образуют с горизонтальной осью AD углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 30^\circ$. Кривошип вращается

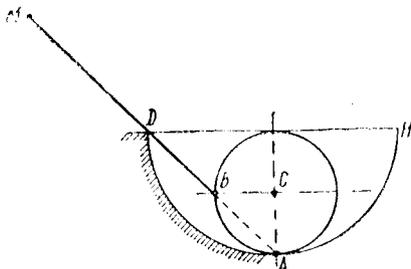
с постоянной угловой скоростью ω . Даны размеры: $AB = a$, $OD = a\sqrt{3}$; $OC = 3a\sqrt{3}$ ($OC \perp OE$).

ОТВЕТ: $v_E = a\omega\sqrt{6}$; $\omega_{шестеренки} = 3\omega$.

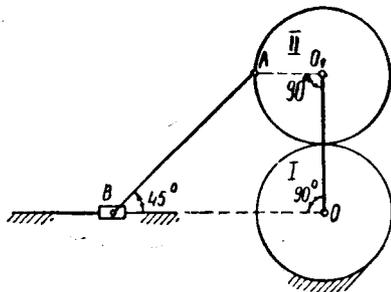
134. Колесо катится без скольжения внутри неподвижной опорной цилиндрической поверхности и тащит за собой палочку MB , соединенную с ним шарниром B и опирающуюся в точке D диаметра DH .

Найти скорость (величину и направление) точки M в тот момент, когда направление стержня MB проходит через наимизшую точку A соприкосновения, причем $MD = 2DB$ и известна скорость центра колеса.

ОТВЕТ: $v_M = 2 v_C \sqrt{2}$.



К задаче 134.



К задаче 135.

135. Колесо II , радиуса 10 см при помощи кривошипа OO_1 , катится без скольжения по неподвижному колесу I того же радиуса. Угловая скорость кривошипа OO_1 равна $\omega = 2$ 1/сек. С колесом II шарнирно соединен стержень AB концом B , скользящим по горизонтальной направляющей.

Для положения механизма, показанного на чертеже, найти скорости точек A и B и угловую скорость стержня AB .

ОТВЕТ:

$$v_A = 40 \sqrt{2} \text{ см/сек};$$

$$v_B = 80 \text{ см/сек};$$

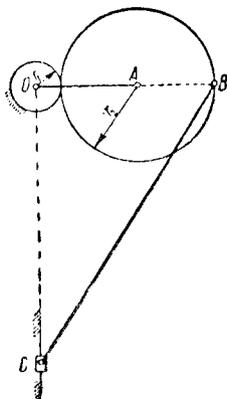
$$\omega_{AB} = 2 \text{ 1/сек.}$$

136. Кривошип $OA = 40$ см вращается около оси O с угловой скоростью $\omega_0 = 2$ 1/сек. Зубчатое колесо радиуса $r_2 = 30$ см катится без скольжения по неподвижному колесу радиуса $r_1 = 10$ см и приводит в движение связанный с ним шатун $BC = 160$ см.

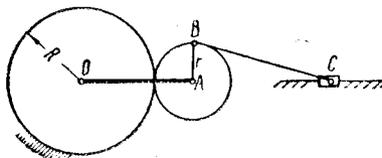
Определить угловую скорость шатуна и скорости точек B и C в момент, когда радиус AB составляет продолжение кривошипа; $CO \perp OB$.

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}\omega &= 0; \\ v_B &= 160 \text{ см/сек}; \\ v_C &= 160 \text{ см/сек}.\end{aligned}$$



К задаче 136.



К задаче 137.

137. Колесо радиуса $r=20$ см, катящееся без скольжения по неподвижному колесу радиуса $R=40$ см, приводится в движение кривошипом OA , вращающимся с угловой скоростью $\omega_0=1$ 1/сек. В свою очередь, подвижное колесо приводит в движение шатун $BC=20\sqrt{10}$ см, связанный с ним шарниром B .

Определить в моменты, когда радиус AB перпендикулярен кривошипу OA :

- 1) скорость точки B ,
- 2) угловую скорость шатуна и скорость ползуна C .

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}v_B &= 60\sqrt{2} \text{ см/сек}; \\ \omega_{BC} &= 1 \text{ 1/сек}; \\ v_C &= 80 \text{ см/сек}.\end{aligned}$$

138. Кривошип OA вращается равномерно с угловой скоростью $\omega=3$ 1/сек, приводя в движение шатун AB концом B , соединенный с центром колеса I , катящегося без скольжения по неподвижному колесу II . Радиусы обоих колес одинаковы и равны 20 см каждый.

Найти угловую скорость колеса I и кривошипа CB , имеющего ось вращения, проходящую через центр неподвижного колеса $OA=AB=40$ см.

ОТВЕТ: $\omega_1=4\sqrt{3}$ 1/сек; $\omega_{CB}=2\sqrt{3}$ 1/сек.

139. Кривошип OA длиной $l=1$ м вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_0 = \sqrt{3}$ 1/сек, приводя в движение стержень AB , в свою очередь вращающий кривошип O_1B вокруг точки O_1 и одновременно катающий колесо II по окружности колеса I . Радиусы колес I и II равны $r=0,5$ м каждый.

Найти угловые скорости стержня AB , кривошипа O_1B , колеса II и скорость точки C при указанном положении механизма.

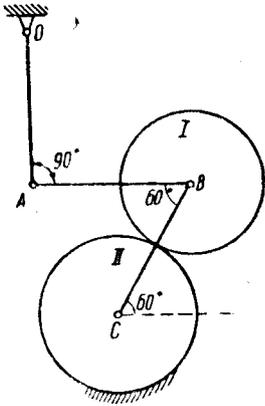
ОТВЕТ:

$$\omega_{AB} = \sqrt{3} \text{ 1/сек};$$

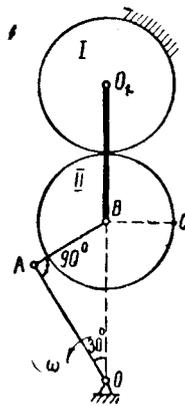
$$\omega_{O_1B} = 2 \text{ 1/сек};$$

$$\omega_{II} = 4 \text{ 1/сек};$$

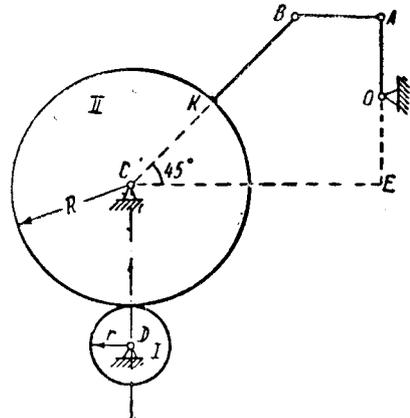
$$v_C = 2 \sqrt{2} \text{ м/сек.}$$



К задаче 138.



К задаче 139.



К задаче 140.

140. Две шестеренки, находящиеся во взаимном зацеплении, приводятся во вращательное движение с помощью кривошипа OA . Стержень BK наглухо соединен с шестеренкой II .

В указанном на чертеже положении механизма определить скорость точки B и угловую скорость шестеренки I .

Дано: $\omega_{OA} = 10$ 1/сек; $BA = OE = OA = a = 30$ см; $r = \frac{R}{3}$;

$CK = KB = R$; при этом точки C , K и B лежат на одной прямой, составляющей с горизонтальной прямой $CE \parallel BA$ угол 45° .

ОТВЕТ:

$$v_B = 3 \sqrt{2} \text{ м/сек};$$

$$\omega_I = 15 \text{ 1/сек.}$$

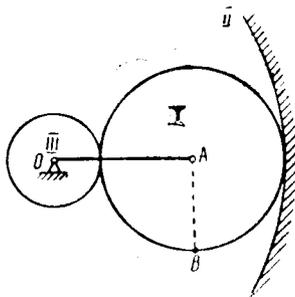
141. Колесо I радиуса $r_1=40$ см, катящееся без скольжения по внутренней поверхности неподвижного колеса II радиуса $r_2=100$ см, приводится в движение кривошипом OA, длиной 60 см, вращающимся с постоянной угловой скоростью $\omega=4$ 1/сек. На одну ось O с кривошипом OA свободно насажено колесо III радиуса 20 см, находящееся во внешнем зацеплении с колесом I.

Найти угловую скорость ω_3 колеса III и скорость точки B колеса I; $AB \perp OA$.

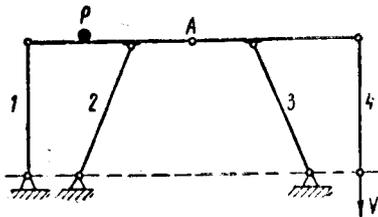
ОТВЕТ:

$$\omega_3 = 24 \text{ 1/сек};$$

$$v_B = 240\sqrt{2} \text{ см/сек}.$$



К задаче 141.



К задаче 143.

142. Диск падает вертикально с постоянным ускорением g без начальной скорости и вращается в своей плоскости с постоянной угловой скоростью ω .

Найти геометрическое место мгновенных центров скоростей в неподвижном пространстве (найти неподвижную centroиду).

ОТВЕТ:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{x^2 \omega^2}{g}; \text{ (парабола). Ось } Oy \text{ направлена вниз.}$$

143. Две горизонтальные балки, соединенные шарниром A, прикреплены шарнирно к основаниям стержнями 1, 2, 3, 4.

Внезапно основание стержня 4 разрушается и точка B получает мгновенную вертикальную скорость v .

Найти графически скорость груза P, лежащего на балке AB.

144. В кривошипно-кулисном механизме зубодолбежного станка кулиса BC приводится во вращательное колебательное движение от кривошипа OA. На конце кулисы имеется зубчатый сектор C, сцепляющийся с зубчатой рейкой D, движущейся возвратно-поступательно в неподвижных направляющих кк.

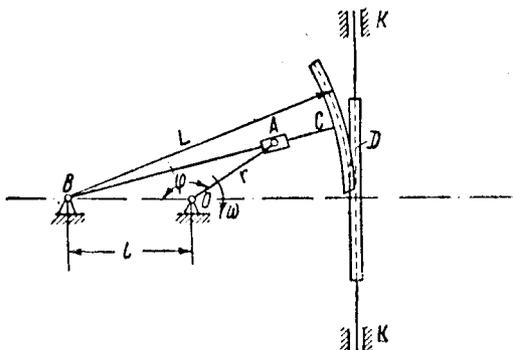
При размерах механизма, указанных на чертеже и угловой скорости кривошипа, равной ω , определить скорость рейки D в функции угла φ поворота кривошипа и ее значения при двух горизонтальных положениях его.

ОТВЕТ:

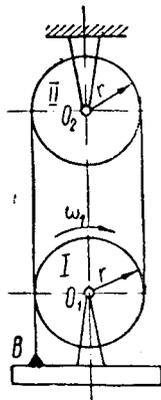
$$v = \omega \cdot r \frac{L(r - l \cos \varphi)}{r^2 + l^2 - 2rl \cos \varphi};$$

$$v_1 = \omega \cdot r \frac{L^2}{l - r};$$

$$v_2 = \omega \cdot r \frac{L}{l + r};$$



К задаче 144.



К задаче 145.

145. Нить, закрепленная одним концом на барабане I , несколько раз наматывается на него, далее перебрасывается через неподвижный блок II , а затем прикрепляется в точке B платформы. Радиус барабана и блока одинаковы и равны $r=10$ см. При помощи мотора барабану сообщается постоянная угловая скорость $\omega_1=10$ сек.

Предполагая, что платформа движется поступательно и нить не проскальзывает по блоку, найти угловую скорость блока ω_2 и скорость платформы.

ОТВЕТ: $\omega_2=5$ 1/сек; $v_B=0,5$ м/сек.

146. Шестерня I вращается вокруг оси O_1 с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = \frac{2\pi}{3}$ 1/сек², приводя в движение находящуюся с ней в зацеплении шестерню II и шарнирно соединенный с последней шатун AB .

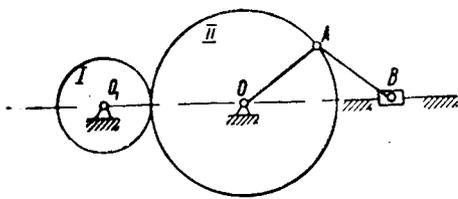
Определить:

- 1) скорость и ускорение точки A в момент $t=1$ сек.,
- 2) угловую скорость шатуна AB и скорость точки B в этот же момент времени. $R_I = 30$ см; $R_{II} = 60$ см; $AB = 60$ см.

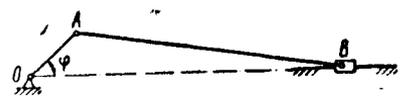
При $t=0$, $\omega_1 = 0$ и $\angle AOB = 0$.

ОТВЕТ:

- 1) $v_A = 20\pi$ см/сек,
- $\omega_A = \frac{20\pi}{3} \sqrt{9 + \pi^2}$ см/сек²;
- 2) $\omega = \frac{\pi}{3}$ 1/сек,
- $v_B = 20\pi$ см/сек.



К задаче 146.



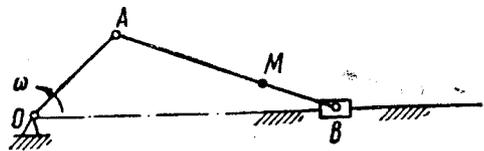
К задаче 147.

147. Кривошип вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 2$ 1/сек.

Определить угловую скорость, угловое ускорение, положение мгновенного центра ускорений K шатуна и ускорение точки B для двух положений механизма: 1) $\varphi = 0$ и 2) $\varphi = \frac{3}{2}\pi$; $OA = 20$ см; $AB = 140$ см.

ОТВЕТ:

- 1) $\omega = \frac{2}{7}$ 1/сек;
- $\epsilon = 0$;
- $AK = 980$ см;
- $\omega_B = \frac{640}{7}$ см/сек²;
- 2) $\omega = 0$;
- $\epsilon = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 1/сек²;
- $BK \perp OB$;
- $BK = 20$ см;
- $\omega_B = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ см/сек².



К задаче 148.

148. Кривошип OA , длиной 20 см, вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 2$ 1/сек и приводит в движение шатун AB длиной 40 см.

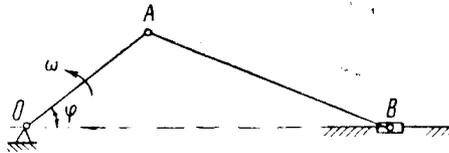
Найти для момента, когда кривошип вертикален:

1) угловую скорость шатуна, скорости точек B и M , мгновенный центр ускорений шатуна и его угловое ускорение, ускорения точек B и M ,

2) радиус кривизны траектории точки M ($BM=10$ см).

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{шат}} &= 0; \\ v_B = v_M &= 40 \text{ см/сек}; \\ \varepsilon &= \frac{4}{3}\sqrt{3} \text{ 1/сек}^2; \\ \omega_B &= \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ см/сек}^2; \\ \omega_M &= 40 \text{ см/сек}^2; \\ \rho &= 80 \text{ см}.\end{aligned}$$



К задаче 149.

149. Кривошип OA длиной 40 см равномерно вращается вокруг оси O с угловой скоростью $\omega = 3$ 1/сек, приводя в движение шатун AB , длиной $40\sqrt{3}$ см.

Найти угловую скорость, угловое ускорение шатуна, скорость и ускорение точки B для двух положений механизма:

1) когда $OA \perp AB$,

2) когда угол φ равен нулю. Определить также положение мгновенного центра ускорений шатуна при втором положении механизма.

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}1) \omega &= 1 \text{ 1/сек}; \quad \varepsilon = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ 1/сек}^2; \quad v_B = 80\sqrt{3} \text{ см/сек}; \\ \omega_B &= 80 \text{ см/сек}^2;\end{aligned}$$

$$2) \omega = \sqrt{3} \text{ 1/сек}; \quad \varepsilon = 0; \quad v_B = 0; \quad \omega_B = 120(3 + \sqrt{3}) \text{ см/сек}^2.$$

Мгновенный центр ускорений по прямой BO слева от точки O на расстоянии $OK=80$ см.

150. В указанном на чертеже положении механизма палец A кривошипа OA имеет ускорение $\omega_A = 6\sqrt{3}$ см/сек², направленное под углом 30° к кривошипу $OA = 25$ см.

Определить: 1) нормальное и тангенциальное ускорение точки A , угловую скорость и угловое ускорение кривошипа и скорость точки A ,

2) угловую скорость шатуна и скорости точек B и C ($AC=CB$),

3) положение мгновенного центра ускорений, ускорение точки B и угловое ускорение шатуна,

4) ускорение точки C , нормальное его составляющее и радиус кривизны ее траектории.

ОТВЕТ:

1) $\omega_A^n = 9 \text{ см/сек}^2$; $\omega_A^t = 3\sqrt{3} \text{ см/сек}^2$; $\omega_{кр} = 0,6 \text{ }^1/\text{сек}$;

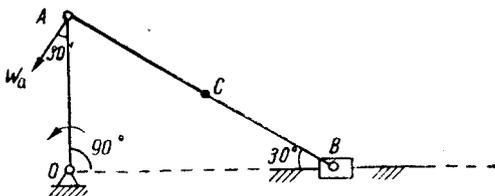
$\epsilon_{кр} = 0,12\sqrt{3} \text{ }^1/\text{сек}^2$; $v_A = 15 \text{ см/сек}$,

2) $\omega_{шат} = 0$; $v_B = v_C = 15 \text{ см/сек}$,

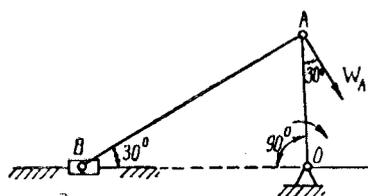
3) мгновенный центр ускорений в точке B ;

$\omega_B = 0$; $\epsilon_{шат} = 0,12\sqrt{3} \text{ }^1/\text{сек}^2$,

4) $\omega_C = 3\sqrt{3} \text{ см/сек}^2$; $\omega_C^n = 4,5 \text{ см/сек}^2$; $\rho = 50 \text{ см}$.



К задаче 150.



К задаче 151.

151. При данном на чертеже положении кривошипно-шатунного механизма палец A кривошипа OA имеет ускорение $\omega = 20 \text{ см/сек}^2$ направленное под углом 30° к кривошипу $OA = 10 \text{ см}$.

Определить положение мгновенного центра ускорений, ускорение точки B и угловое ускорение шатуна AB .

ОТВЕТ: Мгновенный центр ускорений в точке B ;

$\omega_B = 0$; $\epsilon = 1 \text{ }^1/\text{сек}^2$.

152. Ползун B кривошипно-шатунного механизма совершает простое гармоническое колебание вдоль оси Ox по закону: $x = OB = 40 + 10 \sin \frac{\pi t}{5}$ (x выражено в см , t в сек .); $OA = 30 \text{ см}$; $AB = 50 \text{ см}$.

Определить: 1) скорость и ускорение ползуна в любой момент времени,

2) скорость точки B , угловую скорость шатуна, скорость точки A и угловую скорость кривошипа OA в момент $t = 5 \text{ сек}$.

3) ускорение точки B , положение мгновенного центра ускорений шатуна, нормальное и полное ускорение точки A в тот же момент времени,

4) угловое ускорение кривошипа и шатуна для того же момента.

ОТВЕТ:

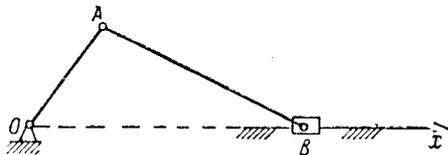
$$1) v_B = 2\pi \cos \frac{\pi t}{5} \text{ см/сек}; \quad \omega_B = -\frac{2\pi^2}{5} \sin \frac{\pi t}{5},$$

$$2) v_B = -2\pi \text{ см/сек}; \quad \omega_{AB} = 0; \quad v_A = 2\pi \text{ см/сек}; \\ \omega_{кр} = \frac{\pi}{15} \text{ 1/сек},$$

3) $\omega_B = 0$; мгновенный центр ускорений в точке B ;

$$\omega_A^n = \frac{2\pi}{15} \text{ см/сек}^2; \quad \omega_A = \frac{\pi^2}{6} \text{ см/сек}^2;$$

$$4) \epsilon_{кр} = \frac{\pi^2}{300} \text{ 1/сек}^2; \quad \epsilon_{AB} = \frac{\pi^2}{300} \text{ 1/сек}^2.$$

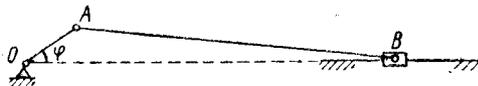


К задаче 152.

153. Кривошип OA совершает качания вокруг O по закону $\varphi = 0,5 \sin 2t$.

Определить для момента $t=0$ угловую скорость шатуна, положение его мгновенного центра ускорений, его угловое ускорение и ускорение точки B ; $OA=20 \text{ см}$; $AB=100 \text{ см}$.

ОТВЕТ: $\omega = 0,2 \text{ 1/сек}$; мгновенный центр ускорений на прямой BO , слева от точки O на расстоянии $OK=480 \text{ см}$,
 $\epsilon = 0$; $\omega_B = 24 \text{ см/сек}^2$.



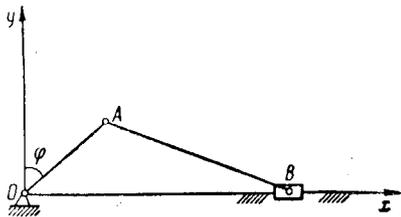
К задаче 153.

154. Кривошип OA вращается по часовой стрелке по закону $\varphi = \frac{\pi}{4}(1 + t^2)$, где угол φ отсчитывается от положительного направления оси Ox в сторону вращения кривошипа. Длина $OA = \frac{1}{2} AB = 40 \text{ см}$.

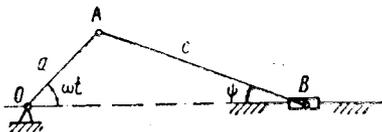
Определить угловое ускорение шатуна AB и ускорение ползуна B в момент, когда угол φ будет равен $\frac{\pi}{2}$.

ОТВЕТ:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} \text{ 1/сек}^2; \quad \omega_B = 15\pi^2 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 154.



К задаче 155.

155. В кривошипно-шатунном механизме кривошип длиной a вращается с постоянной угловой скоростью ω .

Доказать, что угловое ускорение шатуна есть

$$\frac{\omega^2 (a^2 - l^2)}{l^2} \operatorname{tg} \psi \cdot \sec^2 \psi.$$

Длина шатуна l .

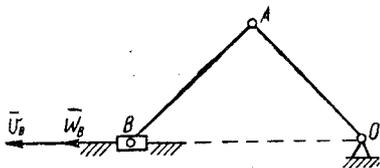
156. В указанном на чертеже положении кривошипно-шатунного механизма, когда $\angle ABO = 45^\circ$, скорость и ускорение точки B соответственно равны:

$$v_B = 2 \text{ см/сек}; \quad \omega_B = 3 \text{ см/сек}^2.$$

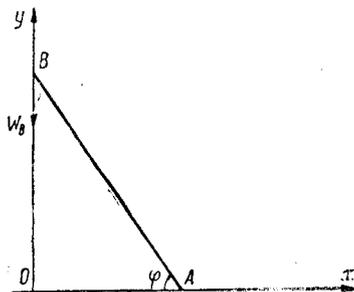
Определить угловое ускорение кривошипа OA , если $OA = AB = a$ см.

ОТВЕТ:

$$\varepsilon_{OA} = \varepsilon_{AB} = \frac{4 + 3a\sqrt{2}}{2a^2} \text{ 1/сек}^2.$$



К задаче 156.



К задаче 157.

157. Концы стержня AB движутся по осям Ox и Oy . Скорость точки A постоянна по величине, а ускорение точки B , в момент, когда $\varphi = 60^\circ$, равно $12\sqrt{3} \text{ см/сек}^2$.

Определить угловую скорость и угловое ускорение стержня ($AB=6 \text{ см}$).

ОТВЕТ:

$$\omega = \sqrt{3} \text{ 1/сек}; \quad \varepsilon = \sqrt{3} \text{ 1/сек}^2.$$

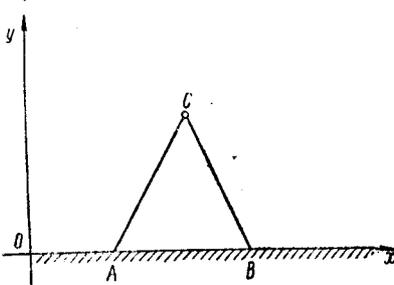
158. Лестницы стремянки ACB сначала стояли почти вертикально, а затем их концы A и B начали скользить вдоль горизонтального пола по законам $x_A = (300 - 0,5 t^2) \text{ см}$; $x_B = (300 + 1,5 t^2) \text{ см}$.

Найти при $t=10$ сек. угловые скорости и ускорения лестниц, а также скорость и ускорение шарнира C ($AC=CB=2 \text{ м}$).

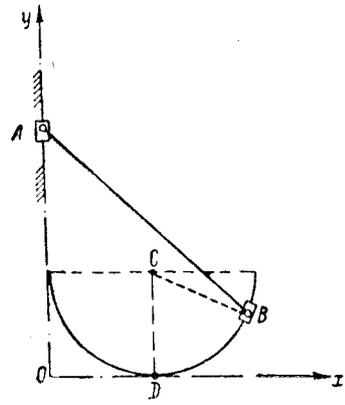
ОТВЕТ:

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{15} \text{ 1/сек}; \quad \varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{90} \text{ 1/сек}^2; \quad v_{xc} = 10 \text{ см/сек};$$

$$v_{yc} = -\frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ см/сек}; \quad \omega_{xc} = 1 \text{ см/сек}^2; \quad \omega_{yc} = -\frac{22}{9}\sqrt{3} \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 158.



К задаче 159.

159. Стержень AB длиной $l=130 \text{ см}$ скользит одним концом по вертикальной прямой Oy , а другим концом по дуге круга $(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$; $R=50 \text{ см}$. Точка B движется по кругу так, что центральный угол φ , образованный подвижным радиусом CB и вертикальным радиусом CD , изменяется по закону

$$\varphi = \pi \sin 6\pi t.$$

Определить для момента $t=1$ сек.:

- 1) скорость и ускорение точки B ,
- 2) мгновенную угловую скорость стержня, скорость точки A и угловое ускорение стержня.

ОТВЕТ:

$$1) v_B = 3\pi^2 \text{ см/сек}; \quad \omega_B = 18\pi^4 \text{ м/сек}^2,$$

$$2) \omega = \frac{5}{2} \pi^2 \text{ 1/сек}; \quad v_A = 1,25\pi^2 \text{ м/сек}; \quad \varepsilon = \frac{125\pi^4}{48} \text{ 1/сек}^2.$$

160. Стержень AB длиной $l=60$ см скользит одним концом A по вертикальной прямой Oy , а другим концом B по окружности, уравнение которой $(x-R)^2+y^2=R^2$; $R=15$ см. Точка B движется так, что угол φ , образованный подвижным радиусом CB и вертикальным радиусом CD , изменяется по закону

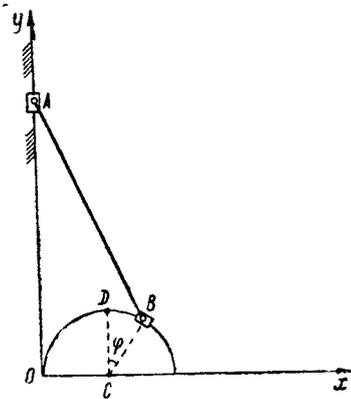
$$\varphi = \frac{\pi}{6} \sin 6\pi t.$$

Определить: 1) скорость и ускорение точки B , когда $\varphi = 0$,
2) мгновенную угловую скорость стержня, скорость точки A и угловое ускорение стержня в тот же момент времени.

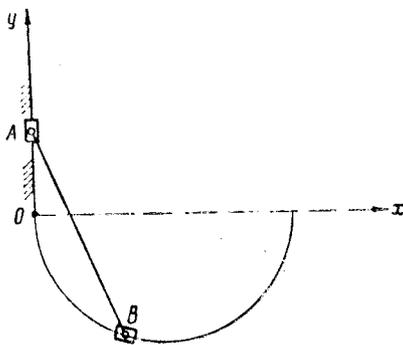
ОТВЕТ:

1) $v_B = 15\pi^2$ см/сек; $\omega_B = 15\pi^4$ см/сек²;

2) $\omega = \frac{\pi^2}{\sqrt{15}}$ 1/сек; $v_A = \pi^2 \sqrt{15}$ см/сек; $\varepsilon = \frac{\pi^4}{15\sqrt{15}}$ 1/сек².



К задаче 160.



К задаче 161.

161. Конец A стержня AB скользит по оси Oy по закону: $y=10+5 \sin 2t$ (t выражено в сек., y в см), другой конец B скользит по окружности радиуса 10 см, уравнение которой $(x-30)^2+y^2=30^2$; $AB=50$ см. Для момента $t=0$ определить (изобразив соответствующее положение стержня):

1) скорость и ускорение точки A и мгновенный центр ускорений стержня,

2) угловую скорость стержня и скорость точки B ,

3) точку стержня, скорость которой направлена вдоль него, и величину этой скорости.

ОТВЕТ:

1) $v_A = 10$ см/сек; $\omega_A = 0$,

2) $\omega = \frac{1}{3}$ 1/сек; $v_B = \frac{40}{3}$ см/сек,

3) точка отстоит от точки A стержня на расстоянии 18 см; ее скорость равна 8 см/сек.

162. Точка A стержня AB скользит по оси Oy , а другая точка B движется так, что ее координаты определяются уравнениями

$$x = a + a \cos \frac{\pi t}{4}; \quad y = a \cdot \sin \frac{\pi t}{4}$$

(t выражено в сек., x, y — в см), $AB = l = 60$ см, $a = 30$ см.

Определить в момент $t=2$ сек:

- 1) скорость точки B и мгновенную угловую скорость стержня,
- 2) скорость точки A и угловое ускорение стержня.

ОТВЕТ:

$$1) v_B = \frac{15\pi}{2} \text{ см/сек}; \quad \omega = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} \text{ 1/сек},$$

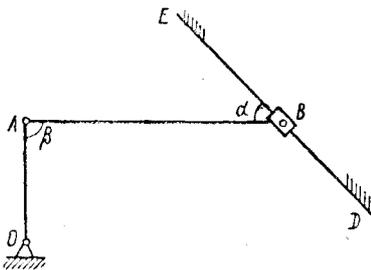
$$2) v_A = \frac{5\pi\sqrt{3}}{2} \text{ см/сек}; \quad \varepsilon = \frac{\pi^2}{48\sqrt{3}} \text{ 1/сек}^2.$$

163. Кривошип OA длиной 40 см вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью $\omega=2$ 1/сек и приводит в движение шатун AB длиной 80 см. Концы B шатуна скользит по направляющей ED , которая составляет с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$.

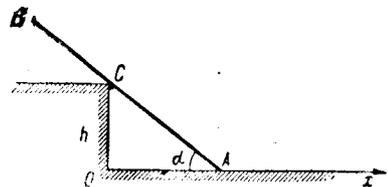
Найти ускорение ползуна B и угловое ускорение шатуна AB в момент, когда угол $\beta=90^\circ$.

ОТВЕТ:

$$\omega_B = 80\sqrt{2} \text{ см/сек}^2; \quad \varepsilon = 3 \text{ 1/сек}^2.$$



К задаче 163.



К задаче 164.

164. Стержень AB , опираясь в точке C на столб высотой h , скользит своим нижним концом A по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью v_A .

Найти скорость и ускорение точки C стержня в то мгновение, когда он образует с осью Ox угол α .

ОТВЕТ:

$$v_C = v_A \cdot \cos \alpha;$$

$$\omega_C = \frac{v_A^2 \sin^3 \alpha}{h} \sqrt{1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha};$$

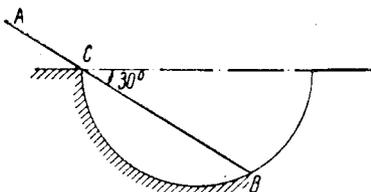
165. Стержень AB , опираясь на край чаши, имеющей форму полусферы, скользит концом B в плоскости чертежа по внутренней поверхности полусферы радиуса $R=1$ м с постоянной скоростью $v_B = 1$ м/сек.

Определить скорость и ускорение точки C в тот момент, когда стержень образует с диаметром полусферы угол $\alpha=30^\circ$.

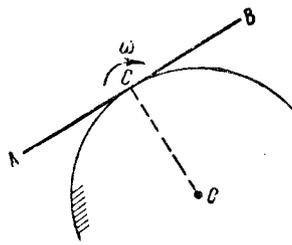
ОТВЕТ:

$$w_c = \frac{1}{4} \sqrt{7} \text{ м/сек}^2;$$

$$v_c = \frac{1}{2} \text{ м/сек.}$$



К задаче 165.

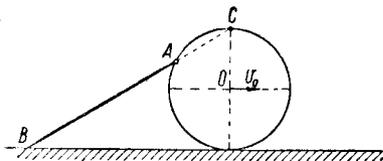


К задаче 166.

166. Стержень AB катится без скольжения по неподвижной дуге окружности радиуса 20 см с центром в точке O , вращаясь по отношению к неподвижной плоскости с постоянной угловой скоростью ω .

Найти мгновенный центр ускорений стержня и радиус кривизны ρ траектории, описываемой концом A стержня AB . $AC=20\sqrt{3}$ см.

ОТВЕТ: $\rho = 20\sqrt{3}$ см; мгновенный центр ускорений лежит на продолжении OC в точке K , $CK=r$.



К задаче 167.

167. Колесо радиуса $R=0,5$ м катится без скольжения по прямой с постоянной скоростью $v_0=0,5$ м/сек. В точке A при помощи шарнира прикреплен стержень AB , конец которого скользит по прямой.

Определить скорость и ускорение точки B в тот момент, когда стержень AB образует с горизонталью угол 30° и продолжение стержня проходит через точку C .

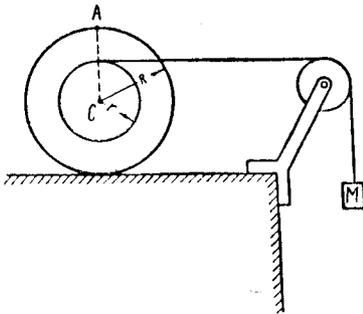
ОТВЕТ:

$$v_B = 1 \text{ м/сек}; \quad \omega_B = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/сек}^2.$$

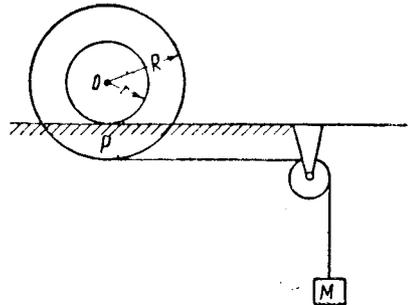
168. Катушка радиуса $R=20 \text{ см}$ катится без скольжения по горизонтальной плоскости. На среднюю цилиндрическую часть катушки радиуса $r=10 \text{ см}$ намотана нить, которая протянута параллельно плоскости, перекинута через блок и несет на свободном конце груз M . Груз M опускается вниз со скоростью $v=3t \text{ м/сек}$.

Найти ускорение точки A катушки, расположенной с точкой C на одной вертикали, в момент $t=1 \text{ сек}$.

ОТВЕТ: $\omega_A = 2\sqrt{29} \text{ м/сек}^2$.



К задаче 168.



К задаче 169.

169. По двум горизонтальным рельсам катится без скольжения вал радиуса $r=20 \text{ см}$. На вал между рельсами посередине насажен диск радиуса $R=40 \text{ см}$, на который намотана нить.

Нить перекинута через блок; к концу нити подвешен груз M , который опускается по закону $s=10t^2 \text{ см}$.

Найти в момент $t=1 \text{ сек}$. ускорение центра O диска и ускорение точки диска, совпадающей с мгновенным центром скоростей диска, а также мгновенный центр ускорений диска.

ОТВЕТ:

$$\omega_0 = 20 \text{ см/сек}^2; \quad \omega_p = 20 \text{ см/сек}^2.$$

$$\mu = 45^\circ; \quad OC = 10\sqrt{2} \text{ см}.$$

170. Две параллельные рейки AB и DE движутся в одну и ту же сторону по законам $s_1=2t^2 \text{ см}$; $s_2=3t^2 \text{ см}$. Между рейками находится диск радиуса $r=10 \text{ см}$, который вследствие движения реек и трения катится по ним без скольжения.

Найти для момента $t=1 \text{ сек}$. скорость и ускорение центра O диска и угловые скорость и ускорение диска.

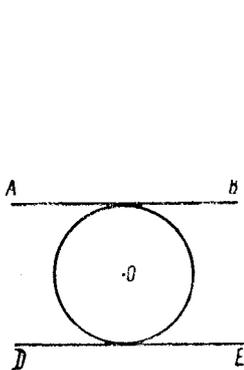
ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}v_0 &= 5 \text{ см/сек}; \\ \omega_0 &= 5 \text{ см/сек}^2; \\ \omega &= 0,1 \text{ 1/сек}; \\ \varepsilon &= 0,1 \text{ 1/сек}^2.\end{aligned}$$

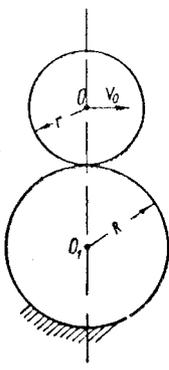
171. По неподвижному колесу радиуса R катится без скольжения колесо радиуса r так, что центр колеса O движется с постоянной по величине скоростью v_0 .

Определить мгновенный центр ускорений катящегося колеса.

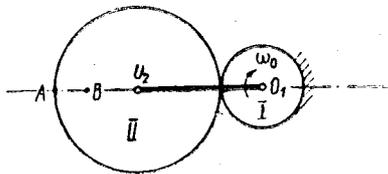
ОТВЕТ: $OK = \frac{r^2}{R+r}$. Точка K (мгновенный центр ускорений катящегося колеса) находится между центрами колес.



К задаче 170.



К задаче 171.



К задаче 172.

172. Кривошип O_1O_2 длины 60 см равномерно вращается вокруг оси O_1 с угловой скоростью $\omega_0 = 2$ 1/сек, заставляя колесо II катиться без скольжения по колесу I, радиуса 20 см.

Найти ускорение точек A и B колеса II, $AB = BO_2$.

ОТВЕТ:

$$\begin{aligned}\omega_A &= 600 \text{ см/сек}^2, \\ \omega_B &= 420 \text{ см/сек}^2.\end{aligned}$$

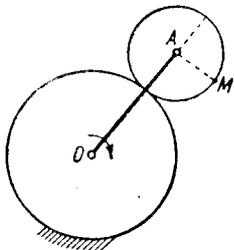
173. Шестеренка радиуса $r = 10$ см, катящаяся по неподвижной шестеренке радиуса $R = 20$ см, приводится в движение кривошипом OA , вращающимся равноускоренно с угловым ускорением $\varepsilon = 1$ 1/сек². Начальная угловая скорость кривошипа $\omega_0 = 1$ 1/сек.

Найти скорость и ускорение той точки M подвижной шестеренки в момент $t=1$ сек., для которой $AM \perp OA$.

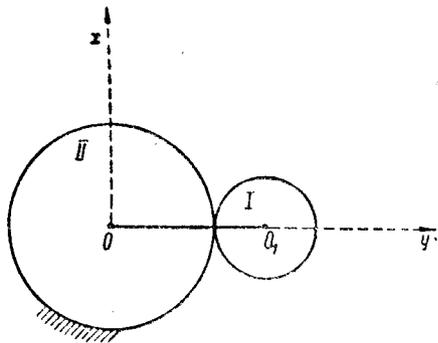
ОТВЕТ:

$$v_M = 60\sqrt{2} \text{ см/сек};$$

$$w_M = \sqrt{330^2 + 150^2} \approx 363 \text{ см/сек}^2.$$



К задаче 173.



К задаче 174.

174. Колесо I радиуса $r=5$ см, катящееся без скольжения по неподвижному колесу II радиуса $R=10$ см, приводится в движение кривошипом OO_1 , вращающимся по закону

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{4} t.$$

Угол φ отсчитывается от оси Ox против часовой стрелки.

Найти для момента $t=2$ сек. ускорения точек на ободе колеса I , лежащих на направлении кривошипа OO_1 .

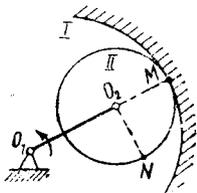
ОТВЕТ:

$$w_1 = \frac{15}{16} \pi^4 \text{ см/сек}^2,$$

$$w_2 = \frac{15}{32} \pi^4 \text{ см/сек}^2.$$

175. Колесо II радиуса 15 см, катящееся по внутренней поверхности неподвижного колеса I радиуса 40 см, приводится в движение кривошипом O_1O_2 , вращающимся равномерно с угловой скоростью, соответствующей $n=30$ об/мин.

Найти ускорения точек M и N .



К задаче 175.

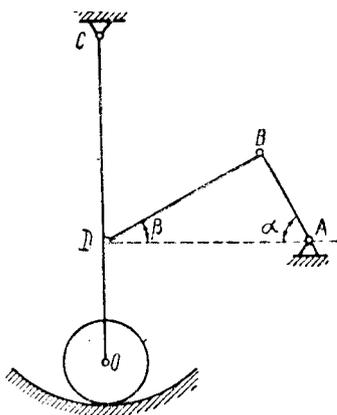
ОТВЕТ: $w_M = 66,7 \cdot \pi^2 \text{ см/сек}^2,$

$w_N = 48,5 \pi^2 \text{ см/сек}^2.$

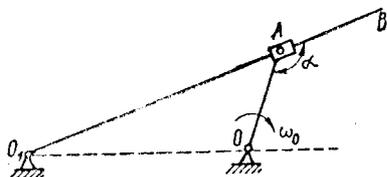
176. Определить ускорение центра O подвижной шестеренки радиуса $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, катящейся без скольжения внутри неподвижной шестеренки указанного на чертеже механизма в момент, когда кривошип AB и шатун BD образуют с горизонтальной осью AD углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 30^\circ$. Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью ω . Даны размеры $AB = a$; $OD = a\sqrt{3}$; $OC = 3a\sqrt{3}$ ($OC \perp AD$).

ОТВЕТ:

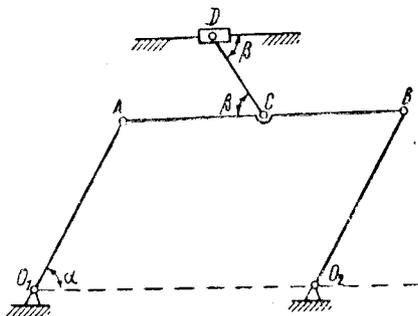
$\omega_0 = \frac{a\omega^2\sqrt{3}}{3}$ и направлено от точки O к точке C .



К задаче 176.



К задаче 177.



К задаче 178.

177. Кривошип $OA = a$ кулисного механизма вращается с постоянной угловой скоростью ω_0 .

Найти угловую скорость и ускорение кулисы O_1A в то мгновение, когда ползун A занимает положение, при котором $O_1A = s$ и $\angle BAO = \alpha$.

ОТВЕТ:

$$\omega = -\frac{\omega_0 a \cos \alpha}{s};$$

$$\epsilon = \frac{\omega_0^2 a \sin \alpha}{s} \left(1 + \frac{2a \cos \alpha}{s} \right).$$

178. Найти скорость и ускорение точки D ползуна механизма, изображенного на чертеже.

Угловая скорость кривошипа O_1A постоянна и равна $\omega = 1$ 1/сек; $O_1A = O_2B = 1$ дм; $O_1A \parallel O_2B$; $DC = 0,5$ дм; $\alpha = \beta = 60^\circ$.

ОТВЕТ: $v_D = 10\sqrt{3}$ см/сек; $\omega_D = 50$ см/сек².

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ.	
I. Кинематика точки	5
II. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси	22
III. Составное движение точки	24
IV. Плоско-параллельное движение твердого тела	45