

сил перемещения балки от единичной силы определяются по формуле (2.34). Перемещения Δ_{1p} в заданном сечении находим интегрированием уравнения (34) по x — как сумму перемещений от сосредоточенной силы по длине пролета или как прогиб в сечении x от распределенной нагрузки.

Сумма перемещений от равномерно распределенной нагрузки по всему пролету вычисляется двойным интегрированием уравнения (2.34) по x и ξ .

При интегрировании уравнения изогнутой оси балки со ступенчато-переменным по длине пролета коэффициентом деформативности необходимо предварительно определить прогибы на границах участков.

В остальном расчет статически неопределимых висячих систем производится так же, как рассмотрено выше.

ГЛАВА III

РАСЧЕТ ВИСЯЧИХ СИСТЕМ С ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ПОДВЕСКАМИ

1. Однопролетная схема: балка с кабелем

Определение распора, прогибов и изгибающих моментов. Предположим, что геометрические характеристики схемы — пролет, стрела провеса кабеля, длины и углы наклона оттяжек — заданы. Известны также размеры сечений кабеля и балки, а также модули упругости материалов, из которых они изготовлены. В главе I нами рассмотрены компоновочные расчеты висячих комбинированных конструкций. С помощью этих расчетов все недостающие параметры схемы в первом приближении должны быть выбраны.

Результатом уточненного расчета должно быть определение прогибов системы, распоров в кабеле, изгибающих моментов и поперечных сил в балке при действии подвижных временных нагрузок.

Основная расчетная характеристика системы r определяется по формуле (2.3) приближенно для каждого нагружения пролета временной нагрузкой, так как при каждом нагружении изменяется распор от временной нагрузки. Если отношение постоянной нагрузки к временной таково, что изменение коэффициента r при новых нагружениях составляет не более 10—15%, то можно пользоваться постоянным значением коэффициента деформативности независимо от изменения временной нагрузки.

Уточненный расчет начнем с определения распора в кабеле с учетом геометрической нелинейности. Воспользуемся методом

последовательных приближений с линеаризацией расчетного уравнения на отдельных этапах приближения.

Для определения лишних неизвестных системы применим метод сил. Основная статически определимая система показана на рис. 8.

Определим единичные перемещения с помощью функций влияния. От единичного распора, равного $X = 1 = \frac{z_0 l^2}{8f}$, благодаря параболическому очертанию кабеля создается равномерное натяжение подвесок, которое передается на балку как равномерно распределенная нагрузка:

$$z_0 = \frac{8f}{l^2}. \quad (3.1)$$

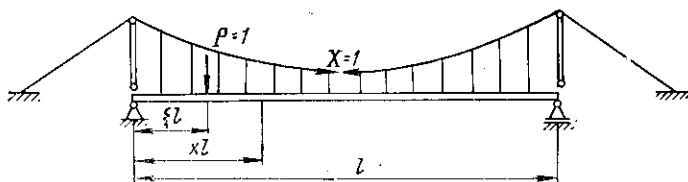


Рис. 8. Основная система для расчета однопролетной схемы

Перемещения концов кабеля в разрезе Δ_{1P} от силы $P = 1$, приложенной к балке, могут быть в соответствии со взаимностью перемещений определены как перемещения по направлению $P = 1$ от единичного распора. От распора $X = 1$ на балку передается распределенная нагрузка z_0 . Следовательно, для определения перемещения $\Delta_{1P} = \Delta_{1P}$ требуется найти прогиб под грузом $P = 1$ от равномерной нагрузки z_0 , что может быть выполнено с помощью функции Φ_2 [см. формулу (2.23)], где абсцисса сечения заменена абсциссой груза ξ :

$$\Delta_{1P} = -\frac{z_0 l^4}{EI} \int_0^1 \Phi_1(x, \xi) dx = -\frac{8f}{l} \cdot \frac{l^3}{EI} \Phi_2(\xi). \quad (3.2)$$

Перемещения балки δ_{11}^0 выразим как перемещения от равномерной нагрузки z_0 по направлению такой же нагрузки $z_0 = 1$, расположенной на всем пролете. Таким образом, δ_{11}^0 может быть найдено интегрированием Δ_{1P} по всему пролету:

$$\delta_{11}^0 = l \int_0^1 \Delta_{1P} d\xi = \frac{z_0^2 l^5}{EI} \int_0^1 \Phi_2 d\xi = \frac{64 f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \Phi_3; \quad (3.3)$$

Φ_3 — см. формулу (2.30). Перемещения от удлинения кабеля δ_{11}^k найдем, учитывая переменность усилия в кабеле по длине пролета и изменение угла наклона кабеля к горизонту.

Найдем приведенную длину кабеля с учетом боковых оттяжек:

$$L_0 = \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi} + 2 \frac{l_{от}}{\cos^2 \theta} = \int_0^l (1 + y'^2) \left(1 + \frac{y'^2}{2}\right) dx + \\ + 2 \frac{l_{от}}{\cos^2 \theta} \approx l \left(1 + \frac{8f^2}{l^2}\right) + 2l_{от} \mu \sec^2 \theta; \quad (3.4)$$

$$\delta_{11}^K = \int_0^l \frac{N_1^2}{E_K F_K} ds = \frac{L_0}{E_K F_K}.$$

Здесь $l, l_{от}$ — пролет кабеля и горизонтальная проекция оттяжки кабеля;
 f — стрела начального провеса кабеля;
 φ — угол наклона элементарного отрезка кабеля к горизонту;
 θ — угол наклона оттяжки;
 $E_K F_K$ — продольная жесткость кабеля;
 μ — отношение конструктивной длины оттяжки (с учетом заделки в анкере) к геометрической.

Таблицы приведенных длин L_0 — см. [49].

Полные перемещения

$$\delta_{11} = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \Phi_3 + \frac{L_0}{E_K F_K}. \quad (3.5)$$

Преобразуем выражение (3.5) так, чтобы удобно было использовать метод повторных попыток при расчете статически неопределимой системы, выбор поперечных сечений которой связан с предварительным ориентировочным расчетом:

$$\delta_{11} = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \left(\Phi_3 + \frac{EI}{E_K F_K l^2} \cdot \frac{L_0}{l} \cdot \frac{l^2}{64f^2} \right). \quad (3.6)$$

Второе слагаемое в скобках — безразмерный параметр, характеризующий продольные деформации комбинированной системы:

$$n_1 = \frac{EI}{E_K F_K l^2} \cdot \frac{L_0}{l} \cdot \frac{l^2}{64f^2} = n_0 \frac{L_0}{l} \cdot \frac{l^2}{64f^2}; \quad n_0 = \frac{EI}{E_K F_K l^2}. \quad (3.7)$$

Использование при расчете параметра n_1 имеет то преимущество, что, принимая на первой стадии расчета ориентировочное значение его [см. (3.16), (3.17)], в дальнейшем легко уточнить величину n_1 без изменения схемы расчета.

Распор определяется из канонического уравнения:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0; \quad (3.8)$$

$$X_1 = - \frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = - \frac{\Phi_2(\xi) P}{\Phi_3 + n_0 \frac{L_0}{l} \cdot \frac{l^2}{64f^2}} \cdot \frac{l}{8f} = \alpha(\xi) P \frac{l}{8f}. \quad (3.9)$$

Уравнение для определения распора (3.9) полностью совпадает с уравнением распора, полученным в работах [11, 43, 51, 68, 70].

с помощью энергетического метода в предположении малых перемещений, т. е. для случаев, когда при выводе уравнений можно пренебречь величиной η'^2 по сравнению с единицей [44, 61].

Для определения прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил в балке просуммируем воздействие на балку внешних нагрузок [см. (2.19)] и равномерно распределенное воздействие подвесок, направленное вверх:

$$\left. \begin{aligned} \eta(x) &= \frac{l^3}{EI} \sum_{k=1}^n P [\Phi_1(x, \xi) - \alpha(\xi) \Phi_2(x)]; \\ \varphi(x) &= \frac{l^2}{EI} \sum_{k=1}^n P [\Phi_1'(x, \xi) - \alpha(\xi) \Phi_2'(x)]; \\ M(x) &= -l \sum_{k=1}^n P [\Phi_1''(x, \xi) - \alpha(\xi) \Phi_2''(x)]; \\ Q(x) &= - \sum_{k=1}^n P [\Phi_1'''(x, \xi) - \alpha(\xi) \Phi_2'''(x)]. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Здесь Φ_1 — функция влияния сосредоточенной силы [см. (2.18)]. Расчетная формула этой функции принимается в зависимости от соотношения между x и ξ . Так, при $\xi \leq x$ принимается $\bar{\Phi}_1$, а при $x \leq \xi$ расчет производится по $\bar{\Phi}_1$. При действии равномерно распределенных нагрузок функции $\Phi_1(x, \xi)$ и $\Phi_2(\xi)$ [в формуле α , см. (3.9)] интегрируются по ξ в пределах расположения нагрузки. Производные, указанные в (3.10), взяты по x . Формулы этих и других функций см. в приложении для соответствующего вида нагрузки при $r \neq 0$ (графа 5).

Учтем дополнительные факторы, которые могут быть введены в расчетные формулы перемещений метода сил: изменение температуры по сравнению с температурой монтажа t , податливость анкеров ν_a , деформацию пилонов:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^k &= \frac{L_0}{EF_{\Pi}} \mp \omega_t t L_t \mp \nu_a H_p + \frac{h_{\Pi}}{E_{\Pi} F_{\Pi}} (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \varphi_0); \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{h_{\Pi}}{l_{\text{от}}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{4f}{l}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где h_{Π} , E_{Π} , F_{Π} — высота и продольная жесткость пилона;
 θ , φ_0 — углы наклона оттяжки и кабеля к горизонту вблизи пилона;
 ω_t — коэффициент линейного температурного расширения кабеля;
 L_t — приведенная длина кабеля при расчете на температурные деформации;

$$L_t = \int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi} + 2l_{\text{от}} \sec^2 \theta = l \left(1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f^2}{l^2} \right) + 2l_{\text{от}} \sec^2 \theta. \quad (3.12)$$

Знак минус в формуле (3.11) принимается при повышении температуры и при сближении анкеров.

В случае расчета системы на действие одного лишь температурного перепада расчетные формулы (3.10) будут иметь следующий вид

$$\left. \begin{aligned} \eta(x) &= \frac{H_t 8f}{l} \Phi_2(x) \frac{l^3}{EI}; & \varphi(x) &= \frac{H_t 8f}{l} \Phi_2'(x) \frac{l^2}{EI}; \\ M(x) &= -\frac{H_t 8f}{l} l \Phi_2''(x); & Q(x) &= -\frac{H_t 8f}{l} \Phi_2'''(x). \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Формула для определения H_t , как это следует из решения канонического уравнения, имеет следующий вид:

$$H_t = -\omega_t t E_K F_K \frac{L_t}{L_0} \cdot \frac{n_1}{n_1 + \Phi_3}. \quad (3.14)$$

Подобным же образом выполняется расчет и на смещение анкеров.

Пример расчета однопролетной висячей системы с учетом геометрической нелинейности. Требуется определить прогибы и изгибающие моменты в середине и четверти пролета балки однокабельной висячей системы при действии временной нагрузки.

Дано: пролет $l = 120$ м, горизонтальная проекция оттяжки $l_{от} = 30$ м, коэффициент $\mu = 1,2$ [см. (3.4)], стрела провисания кабеля $f = \frac{l}{9}$, предельный

прогиб $\frac{\Delta y}{l} = \frac{1}{500}$.

Нагрузки: постоянная нормативная $q^H = 3$ м/м, расчетная $q = 3,3$ м/м, временная нормативная $p^H = 0,6$ м/м, расчетная $p = 0,84$ м/м, одиночный груз (нормативный) $P^H = 10$ т, расчетный груз $P = 12$ т, расчетный температурный перепад 20° , жесткость кабеля $E_K F_K = 1,564 \cdot 10^5$ т, балки $EI = 3,11 \cdot 10^5$ тм².

1. Определение расчетных параметров системы по формулам (3.4), (3.6), (3.7):

$$L_0 = 120 \left[1 + \frac{8}{9^2} \cdot 2 \cdot 0,25 \cdot 1,2 \left(1 + \frac{16}{9^2} \right) \right] = 120 \cdot 1,8173 = 218,07 \text{ м};$$

$$n_0 = \frac{3,11 \cdot 10^5}{1,564 \cdot 10^5 \cdot 120^2} = 1,381 \cdot 10^{-4};$$

$$n_1 = 1,381 \cdot 10^{-4} \cdot 1,817 \frac{9^2}{64} = 0,3176 \cdot 10^{-3}.$$

2. Определение коэффициента деформативности при загрузении временной распределенной нагрузкой всего пролета и при расположении одиночного груза в середине пролета [формулы (2.1), (2.3), (2.4)]:

а) по нормативным нагрузкам определим сумму распоров:

$$H_q + \alpha_1 \frac{p^H l^2}{8f} + \alpha_2 \frac{P^H l}{8f} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 9}{8} + \frac{0,6 \cdot 120 \cdot 9}{8} + \frac{10 \cdot 9}{4} = 508,5 \text{ т}. \quad (a)$$

В первом приближении здесь принято $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$ (при $r = 0$ и $E_K F_K = \infty$);

$$r = 120 \sqrt{\frac{508,5}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,85.$$

Полученным значением коэффициента деформативности воспользуемся для определения уточненного распора по формуле (3.9) и для вычисления r во втором приближении. В формуле (3.9) функция $\Phi_2(\xi)$ для равномерно распределенной нагрузки по всему пролету должна быть заменена интегралом [см. (2.30)]: $\int_0^1 \Phi_2 d\xi = \Phi_3$, а для одиночного груза $\Phi_2(\xi)$ определяется по формуле (2.24), при этом x заменяется на $\xi = 0,5$.

При ручном счете с помощью клавишных машин для вычисления величин, в которые входят гиперболические функции, рекомендуется пользоваться справочником Б. И. Сегала и К. А. Семидяева «Пятизначные математические таблицы» (1961). Вычисления значительно облегчаются применением машин МИР, «Наири», где гиперболические функции входят в оперативный язык машины. Необходимая разрядность 6 при расчете всяких систем, в которых результат вычисляется как малая разность больших чисел.

Итак, по формулам (3.9а), (2.3) вычислим второе приближение:

$$\alpha_1 = \frac{2,4675 \cdot 10^{-3}}{(0,3176 + 2,4675) \cdot 10^{-3}} = 0,8860;$$

$$\alpha_2 = \frac{3,8215 \cdot 10^{-3}}{2,7751 \cdot 10^{-3}} = 1,3722;$$

$$\Sigma H = 405 + 0,8860 \cdot 81 + 1,3722 \cdot 11,25 = 492,2 \text{ м};$$

$$r = 120 \sqrt{\frac{492,2}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,77.$$

При вычислениях с помощью клавишных машин достаточно принять точность в определении r — две значащие цифры после запятой, так как сохранение большего числа знаков практически не влияет на точность полученных результатов.

Второе уточнение распоров и коэффициента деформативности, которое выполняется по тем же формулам, как и первое уточнение, но при $r = 4,77$, дает

$$\Sigma H = 405 + 0,8882 \cdot 81 + 1,3760 \cdot 11,25 = 492,43 \text{ м};$$

$$r = 120 \sqrt{\frac{492,43}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,77.$$

С помощью машины МИР получены следующие значения расчетных величин (по стадиям приближения):

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,885863; 0,888245; 0,888213... \\ \alpha_2 &= 1,372152; 1,375995; 1,375945; 1,375940... \\ r &= 4,85227; 4,77386; 4,77496; 4,77495... \end{aligned}$$

Последние значения не менялись при повторных циклах расчета. Таким образом, из приведенного примера следует, что при инженерных расчетах достаточно одного-двух приближений при определении расчетного коэффициента деформативности;

б) сделаем то же по расчетным нагрузкам:

$$\Sigma H = 445,5 + 113,4 + 27 = 585,9 \text{ м};$$

$$r = 120 \sqrt{\frac{585,9}{3,11 \cdot 10^5}} = 5,2085.$$

Первое уточнение распоров и r (при $r = 5,21$):

$$\alpha_1 = \frac{2,229 \cdot 10^{-3}}{2,5374 \cdot 10^{-3}} = 0,87529;$$

$$\alpha_2 = \frac{3,40 \cdot 10^{-3}}{3,5374 \cdot 10^{-3}} = 1,3542;$$

$$\Sigma H = 445,5 + 0,87529 \cdot 113,4 + 1,3542 \cdot 13,5 = 563 \text{ м};$$

$$r = 120 \sqrt{\frac{563}{3,11 \cdot 10^5}} = 5,10.$$

Второе уточнение дает $\alpha_1 = 0,8784$, $\alpha_2 = 1,35947$, $r = 5,1058$.

Дальнейшие уточнения — $r = 5,1078$; $5,10775$.

3. Определение коэффициента деформативности при загрузке временной распределенной нагрузкой половины пролета (от опоры до середины) и при расположении одиночного груза в четверти пролета:

а) по нормативным нагрузкам:

в первом приближении (при $r = 0$) принимаем $\alpha_1 = 0,5$; $\alpha_2 = 1$, $\Sigma H = 456,75 \text{ м}$, $r = 4,60$. Затем, уточняя $\alpha_1 = 0,44662$, $\alpha_2 = 0,99777$, получим $r_{II} = 4,5768$, а в дальнейшем $r_{II} = 4,57695$;

б) по расчетным нагрузкам:

$$\Sigma H = 445,5 + 56,7 + 13,5 = 515,7 \text{ м};$$

$$\alpha_1 = 0,442943, \alpha_2 = 0,989853, r = 4,85478, \text{ а затем}$$

$$\alpha_1 = 0,442940, \alpha_2 = 0,989838, r = 4,85509.$$

4. Определение прогибов и изгибающих моментов в середине пролета при $r_{II} = 4,7749$, $r = 5,10775$.

Преобразуем формулы (3.10) для равномерной нагрузки, распределенной по всему пролету. Проинтегрировав функции $\Phi_1(x, \xi)$ и $\Phi_2(\xi)$ по ξ от 0 до 1, получим:

$$\eta(0,5) = \frac{p l^4}{EI} \Phi_2(1-\alpha); \quad M(0,5) = -p l^3 \Phi_2'(1-\alpha). \quad (3.15)$$

$$\eta_1(0,5) = \frac{0,6 \cdot 120^4}{3,11 \cdot 10^5} (3,90925 \cdot 10^{-3} (1 - 0,88821)) = 0,175 \text{ м};$$

$$\eta_2(0,5) = \frac{10 \cdot 120^3}{3,11 \cdot 10^5} (6,44904 \cdot 10^{-3} - 3,90925 \cdot 10^{-3} \cdot 1,37594) = 0,059 \text{ м}.$$

Полный прогиб составляет $0,175 + 0,059 = 0,234 \text{ м}$ или $1/512$ пролета;

$$M_1(0,5) = 0,84 \cdot 120^2 \cdot 32,4036 \cdot 10^{-3} (1 - 0,8784) = 47,68 \text{ тм};$$

$$M_2(0,5) = 12 \cdot 120 (96,7142 \cdot 10^{-3} - 32,4036 \cdot 10^{-3} \cdot 1,35937) = 75,84 \text{ тм};$$

$$M(0,5) = 47,68 + 75,84 = 123,52 \text{ тм}.$$

При вычислении функции Φ и коэффициентов α для изгибающих моментов здесь использован коэффициент деформативности $r = 5,11$ ($r = 5,1077$), найденный по расчетным нагрузкам. Если эти функции найти для $r = 4,77$ ($r = 4,7749$), который вычислен по нормативным нагрузкам, то получим $M(0,5) = 125,70 \text{ тм}$, или увеличение запаса прочности по сравнению с расчетом по уточненному коэффициенту деформативности $1,76\%$, что можно было допустить для инженерной задачи и для упрощения расчета определять функции влияния для прогибов и изгибающих моментов по единому коэффициенту r_{II} (без учета коэффициентов перегрузки).

5. Определение прогибов и изгибающих моментов в четверти пролета:

$$\eta_1(0,25) = \frac{0,6 \cdot 120^4}{3,11 \cdot 10^5} (1,75921 \cdot 10^{-3} - 2,98768 \cdot 10^{-3} \cdot 0,44294) = 1,70 \text{ м};$$

$$\eta_2(0,25) = \frac{10 \cdot 120^3}{3,11 \cdot 10^5} (4,2690 \cdot 10^{-3} - 2,98768 \cdot 10^{-3} \cdot 0,99844) = 0,07 \text{ м}.$$

Полный прогиб $1,70 + 0,07 = 1,77 \text{ м}$, или $1/680$ пролета.

Здесь функции Φ_1 и Φ_2 вычислены по формулам приложения при $r_H = 4,57695$, $x = 0,25$ при $\xi = 0,25$ для одиночного груза и при загрузке распределенной нагрузкой половины пролета от опоры до середины:

$$M_1(0,25) = 0,84 \cdot 120^2 (24,03889 \cdot 10^{-3} - 28,8142 \cdot 10^{-3} \cdot 0,44294) = 136,39 \text{ тм};$$

$$M_2(0,25) = 12 \cdot 120 (93,8354 \cdot 10^{-3} - 28,8142 \cdot 10^{-3} \cdot 0,989838) = 94,05 \text{ тм}.$$

Суммарный изгибающий момент в четверти пролета $230,44 \text{ тм}$. Для упрощения расчета здесь функции влияния вычислялись по r_H , но нагрузки для определения изгибающих моментов приняты расчетные.

6. Прогибы и изгибающие моменты в середине пролета при повышении температуры:

$$r = 120 \sqrt{\frac{405}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,32;$$

$$H_t = -20 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,825 \cdot 1,564 \cdot 10^5 \frac{0,3176 \cdot 10^{-3}}{3,2174 \cdot 10^{-3}} = -3,05 \text{ т};$$

$$r_t^H = 120 \sqrt{\frac{405 - 3,05}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,31;$$

$$r_t = 120 \sqrt{\frac{445,5 - 1,2 \cdot 3,05}{3,11 \cdot 10^5}} = 4,52;$$

$$\eta_t(0,5) = \frac{3,05 \cdot 8}{9} \cdot \frac{120^3}{3,11 \cdot 10^5} 4,5 \cdot 10^{-3} = 0,068 \text{ м};$$

$$M_t(0,5) = \frac{3,05 \cdot 8}{9} 120 \cdot 38 \cdot 10^{-3} = 12 \text{ тм}.$$

Здесь функция $\Phi_2(0,5)$ определялась при $r = 4,31$, а функция $\Phi_2''(0,5)$ — при $r = 4,52$.

Влияние компоновочных параметров на распределение усилий в элементах и на прогибы однокабельной системы. Предложенный здесь способ расчета с учетом геометрической нелинейности позволяет в общем виде проанализировать влияние компоновочных параметров на распределение усилий в элементах и на прогибы пролетной конструкции. Результаты такого расчета могут быть представлены в виде формул, а также графически с помощью линий влияния, что облегчает изучение напряженного состояния и деформаций сооружения при действии подвижных нагрузок. Приведем основные выводы из этого анализа.

а) Для того чтобы проследить, какие факторы влияют на величину дополнительных провесов кабеля в середине пролета, преобразуем уравнение прогибов при загрузке временной нагрузкой всей длины балки:

$$\eta = \frac{p l^4}{EI} \Phi_2 (1 - \alpha) = \frac{p l^2}{E_n F_n} \cdot \frac{L}{l} \cdot \frac{l^2}{f^2 \cdot 64} \cdot \frac{\Phi_2}{n_1 + \Phi_3} \quad (3.15)$$

Здесь n_1 [см. (3.7)] как слагаемое в знаменателе последней дроби составляет от 2 до 10% суммы в знаменателе. Аналогично может быть выведено уравнение изгибающих моментов в середине пролета.

Таким образом, в первом приближении можно считать, что на величину упругих прогибов и изгибающих моментов в середине пролета решающее влияние оказывают длины кабеля и оттяжек, площади их поперечного сечения и модуль упругости материала, из которого они изготовлены. Вычисление дроби Φ_2/Φ_3 при различных значениях r показало, что это выражение почти не зависит от r . Поэтому можно считать, что прогибы в середине пролета не зависят от коэффициента деформативности и от жесткости балки, что видно из той же формулы (3.15). Последнее говорит о том, что для уменьшения прогибов в середине пролета нерационально увеличивать сечение балки.

б) Влияние соотношения постоянных и временных нагрузок на прогибы и изгибающие моменты в середине пролета висячей комбинированной конструкции такое же, что и для сооружений других типов, — с увеличением расчетной постоянной нагрузки уменьшается доля напряжений от временных нагрузок, и, следовательно, в соответствии с законом Гука прогибы от временных воздействий уменьшаются. Этот вывод относится только к проектируемым конструкциям, в которых соотношение нагрузок учитывается при подборе сечения кабеля. Если же рассматривать конструкцию с заданным, неизменным сечением кабеля, то увеличение балластной нагрузки не повлияет на уменьшение прогибов в середине пролета от временной нагрузки: эти прогибы не зависят от величины коэффициента деформативности, что было показано формулой (3.15).

в) При загрузке временной нагрузкой части пролета (например, половины) прогибы являются следствием главным образом кинематических перемещений, которые не зависят ни от характеристик сечения кабеля, ни от его длины. Упругие удлинения кабеля при частичном загрузке пролета имеют второстепенное значение.

Для уменьшения кинематических перемещений (прогибов в четверти пролета) в обычных системах принято прежде всего увеличивать жесткость балки. Однако линейной зависимости между этим увеличением и уменьшением прогибов нет, жесткость системы возрастает с некоторым отставанием от увеличения сечения балки.

Увеличение жесткости балки имеет и другие недостатки — оно ведет к утяжелению конструкции, а следовательно, к увеличению

расхода материалов на кабель и анкеры, а также к повышению трудозатрат на изготовление и монтаж сооружения. Для уменьшения s-образных прогибов можно также уменьшать стрелу провеса кабеля или увеличивать постоянную нагрузку. Но эти меры также не решающие: их влияние сказывается лишь на увеличении коэффициента деформативности и, следовательно, на увеличении поправок за счет нелинейности.

Поэтому лучшими мероприятиями по уменьшению кинематических перемещений следует признать использование висячих систем повышенной жесткости. Отметим, что для оценки влияния компоновочных параметров на напряженное состояние и деформации системы нельзя пользоваться приближенным расчетом без учета

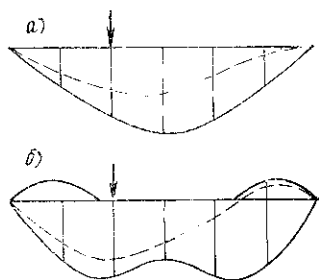


Рис. 9. Характер эпюр огибающих прогибов однокабельной системы

a — с жесткой балкой и растяжимым кабелем; *b* — с гибкой балкой и жестким кабелем; пунктир — прогибы при несимметричном нагружении

геометрической нелинейности, так как можно сделать принципиальную ошибку относительно значения ряда компоновочных параметров, особенно при больших r . Последнее затрудняет разработку практически приемлемых простых методов оптимального проектирования висячих систем [7, 22, 50].

г) Огибающая эпюра прогибов системы «нить — балка» может иметь один из двух видов, показанных на рис. 9. На схеме 9, *a* упругие удлинения кабеля в системе имеют преобладающее значение; на схеме 9, *b* — кинематические прогибы (s-образный изгиб) при местном нагружении больше максимальных упругих удлинений, которые наблюдаются при нагружении всего пролета.

Характер деформаций системы по первой или второй схеме является с помощью обобщенного компоновочного параметра n_1 , который связан с величиной продольных удлинений кабеля и изгибной жесткостью балки [см. формулу (3.7)]. С увеличением n_1 увеличиваются упругие удлинения кабеля и огибающая прогибов принимает вид, показанный на рис. 9, *a*. С уменьшением n_1 увеличивается значение кинематических перемещений, что соответствует эпюре рис. 9, *b*. Таким образом возникает возможность компоновать конструкцию с заданным характером деформаций и определенной величиной наибольших прогибов путем соответствующего выбора компоновочных параметров, входящих в n_1 . Для оценки этого параметра преобразуем его с помощью приближенных формул главы I. Получим при подборе сечения балки по прогибам:

$$n_1 \approx \frac{1}{384 \cdot 32} \cdot \frac{R_R}{E_R} \cdot \frac{p''}{p+q} \cdot \frac{l}{\Delta y} \cdot \frac{l}{f}. \quad (3.16)$$

При подборе сечения балки по прочности

$$n_1 \approx \frac{1}{640} \cdot \frac{R_K}{E_K} \cdot \frac{\rho}{\rho + q} \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{h_B}{l} \cdot \frac{l}{f}, \quad (3.17)$$

где R_K, E_K — расчетное сопротивление и модуль упругости кабеля;

R, E — то же, материала балки жесткости;

ρ, ρ'', q — расчетные и нормативные временные и расчетные постоянные нагрузки на единицу длины пролета;

$\frac{f}{l}, \frac{h_B}{l}$ — относительные стрела кабеля и высота балки жесткости;

$\frac{\Delta y}{l}$ — допускаемый предельный провес конструкции.

Общий вывод из формул (3.16), (3.17): характер прогибов висячей системы зависит от соотношений расчетного сопротивления и модуля упругости кабеля, стрелы провеса и пролета, интенсивностей временных и постоянных нагрузок. При расчете балки по прогибам — также от величины предельных прогибов, а при подборе сечения по прочности — от относительной высоты балки и упругих свойств материала, из которого изготавливается балка.

Из формул (3.16), (3.17) также следует, что n_1 и характер деформаций системы не зависят от величины пролета. Однако эта связь проявляется через отношения постоянных нагрузок к временным, высоты балки к длине пролета и др. Так, при пролетах больше 60 м в конструкциях начинает возрастать значение собственного веса и уменьшаться относительная высота балки, что приводит к уменьшению n_1 и к деформациям по двум полуволнам при загрузке части пролета (пунктир на рис. 9, б).

Поставим частную задачу по отысканию такого значения n_1 , при котором прогибы системы в четверти пролета при загрузке половины длины балки были бы равны прогибам в середине пролета при полном загрузке сооружения временной нагрузкой. Для этого, приравняв формулы прогибов при данных загрузках, вычислим $n_{кр}$ в зависимости от r и соотношений временных и постоянных нагрузок (рис. 10). Полученный график можно использовать, во-первых, для компоновки системы с равными прогибами в середине и четверти пролета при данном или вычисленном значении коэффициента деформативности. При этом требуемое значение $n_{кр}$

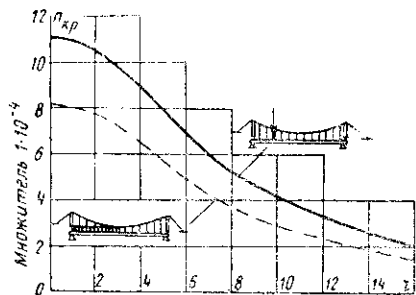


Рис 10. К определению места наибольшего прогиба

$n_1 > n_{кр}$ — наибольший прогиб в середине пролета; $n_1 < n_{кр}$ — наибольший прогиб в четверти пролета при загрузке половины длины балки

Таблица коэффициентов для вычисления ординат линий влияния
в сечении $x=0,5$

Показатель	r	ξ		0,250	0,375	0,500	r	0,125	0,250	0,375	0,500	0,375	0,500
		n_1											
Распор α	2	1·10 ⁻⁴	0,599	1,096	1,421	1,534	6	0,587	1,060	1,360	1,462	0,375	0,500
		2·10 ⁻⁴	0,589	1,078	1,398	1,509		0,558	1,007	1,292	1,389		
		3·10 ⁻⁴	0,579	1,060	1,375	1,485		0,531	0,959	1,230	1,323		
	5·10 ⁻⁴	0,561	1,027	1,333	1,438	0,485	0,875	1,123	1,208				
	4	1·10 ⁻⁴	0,595	1,082	1,397	1,505	10	0,557	0,991	1,259	1,349	0,375	0,500
		2·10 ⁻⁴	0,577	1,050	1,356	1,461		0,499	0,887	1,127	1,207		
		3·10 ⁻⁴	0,561	1,020	1,317	1,419		0,451	0,803	1,020	1,093		
	5·10 ⁻⁴	0,530	0,965	1,245	1,342	0,379	0,675	0,857	0,919				
Прогобы в середине пролета ω (0,5)	2	1·10 ⁻⁴	-0,145	+0,005	+0,420	+0,707	6	-0,084	+0,039	+0,353	+0,580	0,375	0,500
		2·10 ⁻⁴	-0,055	+0,170	+0,634	+0,939		-0,002	+0,186	+0,542	+0,783		
		3·10 ⁻⁴	+0,033	+0,330	+0,841	+1,163		-0,072	+0,320	+0,712	+0,967		
	5·10 ⁻⁴	+0,199	+0,636	+1,237	+1,590	+0,200	+0,551	+1,010	+1,286				
4	1·10 ⁻⁴	-0,117	+0,021	+0,390	+0,651	10	-0,027	+0,068	+0,292	+0,447	0,375	0,500	
	2·10 ⁻⁴	-0,030	+0,179	+0,594	+0,871		+0,040	+0,188	+0,434	+0,610			
	3·10 ⁻⁴	+0,052	+0,328	+0,787	+1,078		+0,094	+0,285	+0,557	+0,742			
5·10 ⁻⁴	+0,202	+0,606	+1,140	+1,459	+0,177	+0,432	+0,745	+0,942					
Изгибающие моменты m (0,5)	2	1·10 ⁻⁴	-117	-120	+082	+554	6	-079	-089	+048	+463	0,375	0,500
		2·10 ⁻⁴	-109	-104	+102	+576		-071	-076	+065	+482		
		3·10 ⁻⁴	-100	-089	+122	+598		-065	-063	+080	+498		
	5·10 ⁻⁴	-085	-060	+160	+638	-053	-043	+107	+527				
4	1·10 ⁻⁴	-100	-106	+066	+514	10	-044	-057	+019	+367	0,375	0,500	
	2·10 ⁻⁴	-092	-092	+085	+535		-038	-047	+032	+381			
	3·10 ⁻⁴	-084	-078	+103	+554		-034	-038	+043	+392			
5·10 ⁻⁴	-070	-052	+136	+589	-027	-026	+059	+409					

Таблица 2

Таблица коэффициентов для вычисления ординат линий влияния
в сечении $x=0,25$

Показатель	r	$\frac{c_{rs}}{n_1}$								
			0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	
Прогибы в четверти пролета $w(0,25)$	2	$1 \cdot 10^{-4}$	+0,943	+1,391	+0,900	+0,005	-0,724	-0,976	-0,681	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+1,007	+1,510	+1,053	+0,170	-0,571	-0,858	-0,616	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+1,070	+1,623	+1,201	+0,330	-0,422	-0,744	-0,554	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+1,189	+1,842	+1,484	+0,636	-0,140	-0,526	-0,435	
	4	$1 \cdot 10^{-4}$	+0,755	+1,130	+0,728	+0,021	-0,540	-0,732	-0,513	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+0,818	+1,244	+0,875	+0,179	-0,393	-0,619	-0,450	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+0,877	+1,351	+1,013	+0,328	-0,255	-0,511	-0,391	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+0,985	+1,548	+1,267	+0,602	-0,001	-0,315	-0,283	
	6	$1 \cdot 10^{-4}$	+0,573	+0,876	+0,564	+0,039	-0,363	-0,501	-0,354	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+0,632	+0,982	+0,701	+0,186	-0,226	-0,395	-0,295	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+0,686	+1,079	+0,825	+0,320	-0,102	-0,298	-0,241	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+0,779	+1,247	+1,041	+0,551	+0,114	-0,130	-0,148	
	10	$1 \cdot 10^{-4}$	+0,334	+0,540	+0,355	+0,068	-0,139	-0,217	-0,160	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+0,384	+0,628	+0,467	+0,188	-0,027	-0,129	-0,110	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+0,424	+0,699	+0,558	+0,285	+0,063	-0,057	-0,070	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+0,485	+0,808	+0,695	+0,432	+0,201	+0,509	-0,009	
	Изгибающие моменты в четверти пролета $m(0,25)$	2	$1 \cdot 10^{-4}$	+339	+792	+194	-188	-366	-363	-221
			$2 \cdot 10^{-4}$	+345	+804	+210	-171	-350	-351	-215
			$3 \cdot 10^{-4}$	+352	+816	+225	-155	-335	-339	-209
			$5 \cdot 10^{-4}$	+364	+834	+254	-124	-306	-317	-196
4		$1 \cdot 10^{-4}$	+259	+679	+136	-164	-286	-272	-163	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+265	+691	+152	-148	-271	-261	-157	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+272	+702	+166	-133	-256	-250	-151	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+283	+723	+192	-104	-230	-229	-139	
6		$1 \cdot 10^{-4}$	+181	+566	+084	-135	-207	-188	-111	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+187	+577	+099	-119	-192	-177	-104	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+193	+587	+112	-105	-179	-166	-097	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+203	+605	+135	-081	-157	-149	-089	
10		$1 \cdot 10^{-4}$	+080	+406	+027	-083	-104	-088	-050	
		$2 \cdot 10^{-4}$	+086	+415	+039	-070	-092	-078	-045	
		$3 \cdot 10^{-4}$	+090	+423	+049	-060	-082	-070	-041	
		$5 \cdot 10^{-4}$	+097	+435	+064	-044	-067	-059	-034	

по графику рис. 10 должно соответствовать коэффициенту n_1 проектируемого сооружения, что достигается соответствующим выбором геометрических параметров и прочностных характеристик материалов [см. формулы (3.16), (3.17)]. Во-вторых, если все размеры сооружения известны и материалы заданы, с помощью рис. 10 можно определить место наибольшего прогиба системы, не прибегая к расчету. Для этого определяют, в какой зоне — верхней или нижней — располагается параметр n_1 , вычисленный для данной конструкции, а следовательно, становится известным, где находится место наибольшего прогиба. В соответствии с проведенным исследованием может быть выбран способ усиления существующей конструкции или если это проектируемое сооружение, производится рациональная компоновка его.

Расчетные таблицы однопролетных комбинированных систем. В табл. 1 и 2 приведены коэффициенты для определения ординат линий влияния распора, прогибов и изгибающих моментов однокабельной висячей комбинированной системы с вертикальными подвесками. Этими таблицами можно пользоваться при расчете вариантов конструкций и при другом эскизном проектировании. Таблицы построены в зависимости от параметров r (2.3) и n_1 (3.7). При несовпадении этих параметров с расчетными допускается применение линейной интерполяции. Ординаты линий влияния вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} H_p^0 &= \alpha \frac{l}{8f}; \quad \eta^0 = \omega \frac{l^3}{EI} \cdot 10^{-3}; \\ M^0 &= ml \cdot 10^{-4}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где H_p^0 — ордината линии влияния распора от временной нагрузки;
 η^0, M^0 — ординаты линий влияния прогибов и изгибающих моментов в сечениях 0,25 или 0,5 пролета;
 α, ω, m — числовые коэффициенты, приведенные в таблицах для 7 положений единичного груза в пролете.

При расчете конструкции на действие равномерно распределенных временных нагрузок площадь влияния определяется в предположении, что пролет равен единице. В этом случае показатель степени при l в формуле (3.18) увеличивается на единицу.

2. Расчет многопролетных однокабельных систем

Многопролетные висячие системы, как известно, имеют существенный недостаток — малую жесткость: загрузка временной нагрузкой одного пролета вызывает подъем незагруженных пролетов и увеличение прогибов под грузом из-за перемещения кабеля из соседних пролетов.

Для изоляции пролетов в таких схемах одно время предлагалось соединять вершины пилонов специальным кабелем. Однако провисание этого кабеля под действием собственного веса и при повышении температуры не позволило устранить большие перемещения вершин пилонов [53].

Рациональным способом повышения жесткости многопролетных систем следует считать предложенное Н. С. Стрелецким устройство постоянного натяжения соединительного кабеля с помощью балансира [60]. В этом случае распор от временной нагрузки с любого пролета передается на соединительный кабель, связывающий пилоны,

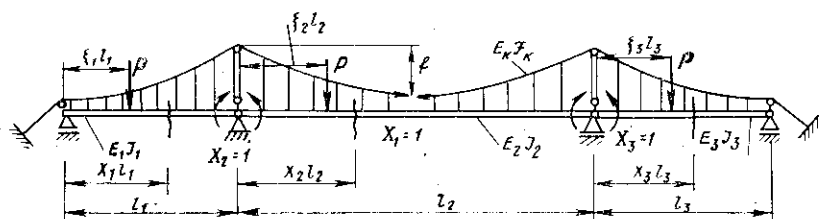


Рис. 11. Основная система для расчета трехпролетной неразрезной схемы

и пролеты изолируются друг от друга. При этом жесткость каждого пролета в многопролетной системе почти не будет отличаться от жесткости однопролетной схемы, а благодаря неразрезности балки жесткость может быть даже и повышена. Наиболее распространены схемы трехпролетные, на примере которых мы проследим расчет неразрезных висячих систем.

Расчет трехпролетной системы с неразрезной балкой. Рассмотрим конструкцию, в которой боковые пролеты подвешены к кабелю. Для расчета по методу сил примем основную систему с шарнирами на опорах и разрезом кабеля в среднем пролете (рис. 11). Запишем систему канонических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

(здесь, как и всюду $\delta_{ik} = \delta_{ki}$).

Определим единичные перемещения.

δ_{11} находится так же, как и в однопролетной схеме, но интегрирование выполняется по трем пролетам:

$$\delta_{11} = \frac{l_3^3}{E_2 I_2} \left[z_2^2 \Phi_{32} + 2z_1^2 \Phi_{31} \frac{l_1^3}{l_2^3} \cdot \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1} + n_0 \frac{L_1}{l_2} \right]. \quad (3.20)$$

Здесь Φ_{31}, Φ_{32} — функции Φ_3 для первого, второго и третьего пролетов, вычисленные по формуле (2.30) соответственно при r_1, r_2, r_3 , где

$$r_i = l_i \sqrt{\frac{H_{qi} + H_{pi}}{E_i I_i}}; \quad (3.21)$$

l_i, E_i, I_i, H_{qi} — соответственно пролет, жесткость балки и распор от постоянной нагрузки в i -том пролете. Распоры H_{qi} вычисляются по формуле (2.1). Стрелы провеса кабелей в соседних пролетах выбираются так, чтобы распоры от постоянных нагрузок взаимно уравновешивались. Распоры от временной нагрузки вычисляются при каждом расчетном положении временной нагрузки. В качестве первого приближения можно использовать распоры, полученные из расчета по методу отвердения, а также из расчета в предположении шарнирного опирания балок;

L_1 — приведенная длина кабеля определяется аналогично (3.4) путем интегрирования элементарных отрезков по всей длине кабеля:

$$L_1 = l_2 \left(1 + \frac{8f_2^2}{l_2^2} \right) + 2l_1 \left(1 + \frac{8f_1^2}{l_1^2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{h_n^2}{l_1^2} \right), \quad (3.22)$$

где

l_1, l_2 — длины пролетов — боковых и среднего;
 f_1, f_2 — стрелы провеса кабеля боковых и среднего пролетов;
 h_n — высота пилона;
 n_0 — коэффициент, вычисленный по формуле (7) для среднего пролета;

$z_1 = \frac{8f_1}{l_1}; z_2 = \frac{8f_2}{l_2}$ — распределенное безразмерное воздействие подвесок на балку от единичного усилия, приложенного в разрезе кабеля основной системы, соответственно воздействие в боковых и в среднем пролетах.

δ_{21} — это углы поворота опорных сечений двух соседних балок от равномерно распределенной нагрузки, которую создают подвески по всей длине этих балок. Из формулы (2.24) следует, что прогибы при равномерной нагрузке описываются функцией $\Phi_2(x)$. Возьмем первую производную от $\Phi_2(x)$ по x и приравняем $x = 0$. Получим

$$\Phi_2'(0) = \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\text{th} \frac{r}{2}}{2} \right). \quad (3.23)$$

Таким образом;

$$\delta_{12} = \frac{l_2^3}{E_2 I_2} \left[z_2 \Phi_{22}'(0) + z_1 \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{E_2 I_2}{E_2 I_1} \Phi_{21}'(0) \right]. \quad (3.24)$$

Представим δ_{22} как углы поворота опорных сечений двух соседних балок от единичных моментов, приложенных на этих же опорах:

$$\delta_{22} = \frac{l_2^3}{E_2 I_2} \left[\Phi'_{M2}(0, 0) + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1} \Phi'_{M1}(1, 1) \right], \quad (3.25)$$

где $\Phi'_{M2}(0,0)$ означает, что взята первая производная моментной функции во втором пролете ($r = r_2$) и приняты $x = 0$ и $\xi = 0$ [формула (53) приложения]:

$\Phi'_{M1}(1,1)$ — то же, в первом пролете ($r = r_1$) и $x = 1$, $\xi = 1$;

$\delta_{23} = \delta_{32}$ — угол поворота одного опорного сечения балки от действия единичного момента на другой опоре той же балки;

$$\delta_{23} = \frac{l^3}{E_2 I_2} \Phi'_{M2}(0, 1). \quad (3.26)$$

$\Phi'_{M2}(0,1)$ — первая производная моментной функции во втором пролете ($r = r_2$) при $x = 0$ и $\xi = 1$ [см. формулу (53) приложения].

Формула свободного члена Δ_{1p} выводится так же, как (3.2), т. е. перемещение рассматривается как прогиб от равномерно распределенной нагрузки подвесок z_1 в сечении с абсциссой ξ в месте приложения единичного груза (если вычисляется линия влияния неизвестных). Если определяется перемещение от нескольких сил или от распределенной нагрузки на участке $a - b$, то требуется просуммировать перемещения или проинтегрировать их в пределах $a - b$:

$$\Delta_{1p} = - \frac{z_1 P l_1^3}{E_1 I_1} \Phi_{21}(\xi_1), \quad (3.27)$$

где $\Phi_{21}(\xi_1)$ — функция Φ_2 , взятая в первом пролете ($r = r_1$); Δ_{2p} — угол взаимного поворота сечений балки на левой опоре ($x = 0$) от действия одиночного груза с абсциссой ξ или нескольких грузов;

$$\Delta_{2p} = - \frac{P l_1^2}{E_1 I_1} \Phi'_{11}(0, \xi_1), \quad (3.28)$$

где $\Phi'_{11}(0, \xi_1)$ — производная по x функции Φ_1 в первом пролете ($r = r_1$) при $x = 0$ и текущем значении ξ . В случае распределенной нагрузки берется интеграл в пределах расположения нагрузки [см. формулу (6) приложения].

Так же определяются перемещения:

$$\Delta_{3p} = - \frac{P l_1^2}{E_1 I_1} \Phi'_{12}(1, \xi_2), \quad (3.29)$$

где $\Phi'_{12}(1, \xi_2)$ — функция Φ'_1 во втором пролете ($r = r_2$), вычисленная для правого сечения ($x = 1$) при переменной абсциссе груза ξ_2 .

Таким образом, перемещения Δ_{ip} зависят от того, в каком пролете находится нагрузка:

а) груз P находится в левом пролете:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1p} &= -\frac{Pl_1^3}{E_1 I_1} \cdot \frac{f_1}{l_1} \Phi_{21}(\xi_1); \\ \Delta_{2p} &= -\frac{Pl_1^3}{E_1 I_1} \Phi'_{11}(1, \xi_1); \Delta_{3p} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

б) груз P находится в среднем пролете:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1p} &= -\frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} \cdot \frac{f_2}{l_2} \Phi_{22}(\xi_2); \\ \Delta_{2p} &= -\frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} \Phi'_{12}(0, \xi_2); \\ \Delta_{3p} &= -\frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} \Phi'_{12}(1, \xi_2); \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

в) груз P находится в правом пролете:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1p} &= -\frac{Pl_3^3}{E_3 I_3} \cdot \frac{f_3}{l_3} \Phi_{23}(\xi_3); \quad \Delta_{2p} = 0; \\ \Delta_{3p} &= -\frac{Pl_3^3}{E_3 I_3} \Phi'_{13}(0, \xi_3). \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

Функции Φ'_1 и Φ_2 — см. в приложении формулы (2), (6), (21). Подставляя найденные перемещения в систему (3.19) и решая ее относительно \mathbf{X}_1 , определяем распор, который необходим для проверки по формулам (3.21) принятых коэффициентов деформативности при $H_p = \mathbf{X}_1$.

Заметим, что вычисление перемещений можно упростить, опуская общий множитель $l_2^3/E_2 I_2$, который входит во все члены системы, за исключением формул (3.30) и (3.31), куда он может быть введен (путем деления и умножения на $l_2^3/E_2 I_2$).

Таким образом, расчет по определению лишних неизвестных системы может быть проделан в общем виде независимо от абсолютных значений пролетов, стрелок и жесткостей. Для расчета достаточно знать соотношения этих параметров.

После того как уточнены коэффициенты деформативности, определены распор и опорные моменты, переходим ко второй части расчета — определению прогибов, изгибающих моментов и поперечных сил балки, прикладывая к ней внешние и найденные внутренние усилия.

а) Расчетное сечение в первом пролете.

Нагрузка перемещается по пролетам

Нагрузка в первом пролете (ξ_1):

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(x_1, \xi_1) &= \frac{l_1^3}{E_1 I_1} \sum_1^k P [\Phi_{11}(x_1, \xi_1) - \alpha_1(\xi_1) \times \\ &\quad \times \Phi_{21}(x_1) - X_2(\xi_1) \Phi_{M1}^n(x_1)]; \\ M_1(x_1, \xi_1) &= -l_1 \sum_1^k P [\Phi_{11}'(x_1, \xi_1) - \alpha_1(\xi_1) \times \\ &\quad \times \Phi_{21}'(x_1) - X_2(\xi_1) \Phi_{M1}^{n'}(x_1)]; \\ Q_1(x_1, \xi_1) &= -\sum_1^k P [\Phi_{11}''(x_1, \xi_1) - \alpha_1(\xi_1) \times \\ &\quad \times \Phi_{21}''(x_1) - X_2(\xi_1) \Phi_{M1}^{n''}(x_1)]. \end{aligned} \right\} (3.33)$$

Нагрузка во втором пролете (ξ_2)

$$\eta_1(x_1, \xi_2) = \frac{l_1^3}{E_1 I_1} \sum_1^k P [-\alpha_1(\xi_2) \Phi_{21}(x_1) - X_2(\xi_2) \Phi_{M1}^n(x_1)]. \quad (3.34)$$

Запись уравнений для определения $M(x_1, \xi_2)$ и $Q(x_1, \xi_2)$ будет отличаться от (3.34) тем, что вместо функции Φ_{21} и Φ_{M1} будут записаны их вторые и третьи производные по x .

Нагрузка в третьем пролете (ξ_3)

$$\eta_1(x_1, \xi_3) = \frac{l_1^3}{E_1 I_1} \sum_1^k P [-\alpha_1(\xi_3) \Phi_{21}(x_1) - X_2(\xi_3) \Phi_{M1}^n(x_1)]. \quad (3.35)$$

б) Расчетное сечение во втором пролете

Нагрузка в первом пролете (ξ_1)

$$\eta(x_2, \xi_1) = \frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} [-\alpha_1(\xi_1) \Phi_{22}(x_2) - X_2(\xi_1) \Phi_{M2}^n(x_2) - \\ - X_3(\xi_1) \Phi_{M2}^n(x_2)]. \quad (3.36)$$

Нагрузка во втором пролете (ξ_2)

$$\eta(x_2, \xi_2) = \frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} [\Phi_{12}(x_2, \xi_2) - \alpha_1(\xi_2) \Phi_{22}(x_2) - \\ - X_2(\xi_2) \Phi_{M2}^n(x_2) - X_3(\xi_2) \Phi_{M2}^n(x_2)]. \quad (3.37)$$

Нагрузка в третьем пролете (ξ_3)

$$\eta(x_2, \xi_3) = \frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} [-\alpha_1(\xi_3) \Phi_{22}(x_2) - X_2(\xi_3) \Phi_{M2}^n(x_2) - \\ - X_3(\xi_3) \Phi_{M2}^n(x_2)]. \quad (3.38)$$

В формулах (3.33)–(3.38) $\Phi_{1i}(x_i, \xi)$ функция Φ_1 (или сумма,

интеграл по ξ в пределах расположения нагрузки) в i -том пролете (т. е. при $r = r_i$), вычисленная для сечения x_i (см. приложение, функцию Φ_1 и ее интегралы):

$\Phi_{2i}(x_i)$ — функция Φ_2 в i -том пролете; ($r = r_i$) — расчетное сечение $x = x_i$; $\Phi_{Mi}^n(x_i)$ — функция Φ_M в i -том пролете ($r = r_i$) в случае, если момент находится на левой опоре ($\xi = 0$), а расчетное сечение — $x = x_i$. Для $\Phi_{Mi}^n(x_i)$ принимается $\xi = 1$.

Производные берутся по x , интегрирование производится по ξ . Уравнения (3.33) — (3.38) выражают равновесие балки жесткости под действием внешней нагрузки и равномерно распределенных реактивных усилий в подвесках, а также опорных моментов неразрезной балки. Для упрощения записи воздействие подвесок на балку представлено здесь так:

$$zX_1\Phi_2 = z\alpha \frac{l}{8f_1} \Phi_2 = \alpha\Phi_2; \quad (3.39)$$

$$X_i = \frac{X_l}{P_i}. \quad (3.39a)$$

При расчете на колебания температур или на горизонтальную податливость анкеров принимается:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1p} &= \frac{H_t l^3}{EI} \cdot \frac{8f}{l} \Phi_3; \\ \Delta_{2p} &= \frac{H_t l^3}{EI} \cdot \frac{8f}{l} \int_0^1 \Phi_M^n(0, \xi) d\xi; \\ \Delta_{3p} &= \frac{H_t l^3}{EI} \cdot \frac{8f}{l} \int_0^1 \Phi_M^n(1, \xi) d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Коэффициент деформативности на первой стадии вычисляется так же, как в однопролетной схеме, а затем уточняется по найденному распуру H_t .

При расчете трехпролетной схемы с боковыми пролетами, не подвешенными к кабелю (рис. 12, а), принимается $f_1 = f_3 = 0$, а отношение длин пролетов рекомендуется брать 1 : 4 : 1.

В случае разрезной балки с подвесными пролетами (рис. 12, б) принимается $X_2 = X_3 = 0$.

В табл. 3 приведены числовые коэффициенты для определения ординат и площадей линий влияния распора, прогибов и изгибающих моментов трехпролетной висячей системы с неразрезной балкой (см. рис. 16) при соотношениях $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 1$:

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 = E_3 I_3; \quad f_1 : f_2 = 1 : 4; \quad f_2 : l_2 = 1 : 8;$$

$$n_0 = \frac{E_2 I_2}{E_R F_R l_2^2}.$$

Расчетные формулы ординат см. (3.18), где $l = l_2, f = f_2$ как для сред-

него, так и для боковых пролетов. Ординаты линии влияния опорного момента определяются по формуле

$$M_0^o = m^o l_2. \quad (3.41)$$

В табл. 3 индексы j при коэффициентах обозначают положение расчетного сечения: 1 — в середине бокового пролета, 2 и 3 — в четверти и в середине второго пролета — для сосредоточенных нагрузок под грузом, а для распределенных в середине загрузки (1 — загрузка всего бокового пролета, 2 и 3 — половины и всего среднего пролета).

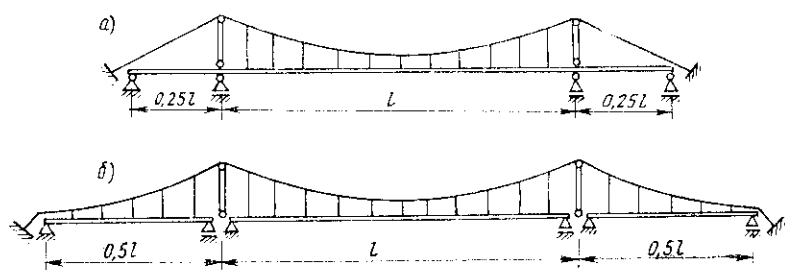


Рис. 12. Трехпролетные схемы

a — неразрезная балка в боковых пролетах не подвешена к кабелю; *b* — разрезная балка подвешена к кабелю

Расчетные формулы усилий и прогибов для распределенных нагрузок p :

$$H_j = A_j \frac{p l_2^2}{8 f_2}; \quad \eta_j = \Omega_j \frac{p l_2^4}{E_2 I_2}; \quad M_j = \psi_j p l_2^2. \quad (3.42)$$

Таблица 3

Коэффициенты для расчета трехпролетной системы

j	Одиночный груз					Распределенная нагрузка			
	n_o	α_j	m_j^o	ω_j	m_j	A_j	ψ_j^o	Ω_j	ψ_j
1	$0,5 \cdot 10^{-4}$	-0,120	436	2,459	1216	-0,045	149	0,792	308
	$1 \cdot 10^{-4}$	-0,114	432	2,453	1214	-0,042	147	0,791	307
	$5 \cdot 10^{-4}$	-0,084	411	2,420	1200	-0,031	139	0,784	305
2	$0,5 \cdot 10^{-4}$	1,131	142	1,724	790	0,521	024	0,595	151
	$1 \cdot 10^{-4}$	1,080	178	1,861	802	0,479	041	0,658	157
	$5 \cdot 10^{-4}$	0,793	380	2,632	869	0,365	134	1,013	187
3	$0,5 \cdot 10^{-4}$	1,782	-315	1,574	588	1,042	-107	0,800	055
	$1 \cdot 10^{-4}$	1,701	-259	1,915	632	0,995	-074	0,999	081
	$5 \cdot 10^{-4}$	1,249	-059	3,828	879	0,730	+111	2,118	226

3. Расчет систем, в которых кабель прикреплен к балке в середине пролета

Однопролетная схема. Жесткое прикрепление кабеля к балке в середине пролета способствует уменьшению горизонтальных перемещений кабеля вдоль пролета, что приводит к уменьшению кинематических вертикальных перемещений кабеля при несимметричном нагружении пролета временной нагрузкой. Таким образом, этот способ повышения жесткости направлен на уменьшение изгиба пролетной конструкции по двум полуолнам и не влияет на уменьшение упругих удлинений кабеля, а следовательно, на прогибы в середине пролета. В данной схеме при нагружении всего пролета прогибы и изгибающие моменты такие же, как и в обычной, когда кабель к балке не прикрепляется.



Рис. 13. Основная система для расчета конструкции, в которой кабель прикреплен к балке в середине пролета

С точки зрения расчета особенность данной схемы — постоянство коэффициента деформативности по длине пролета (если сечение балки по длине не меняется). Это объясняется тем, что распор кабеля на половине пролета, где балка имеет подвижное опирание (см. правую опору на рис. 13), равен сумме распора и осевого усилия в балке на другой половине.

Следовательно, коэффициент деформативности может быть вычислен как для левой, так и для правой половин пролета по формуле

$$r = l \sqrt{\frac{H_q + H_{2p}}{EI}}, \quad (3.43)$$

где H_q — распор от постоянной нагрузки, определяемый как для обычной системы;

H_{2p} — распор от временной нагрузки на той половине пролета, где балка имеет подвижное опирание.

Основная статически определяемая система метода сил показана на рис. 13. В системе канонических уравнений имеется два неизвестных X_1 и X_2 . Очертание кабеля принимается по параболе и выражается формулой

$$y = \frac{4xf}{l}(1-x). \quad (3.44)$$

Как следует из геометрической схемы, приведенная длина кабеля здесь равна половине приведенной длины кабеля обычной однопролетной схемы:

$$L_{\text{пр}} = \frac{L_0}{2}. \quad (3.45)$$

Нагрузка от подвесок, действующая на балку от распоров $\mathbf{X}_1 = 1$ и $\mathbf{X}_2 = 1$:

$$z_0 = \frac{8f}{l^2}. \quad (3.46)$$

При определении перемещений Δ_{1p} в разрезе кабеля от единичной силы P с абсциссой ξ используем свойство взаимности перемещений $\Delta_{1p} = \Delta_{p1}$ и определим перемещения балки в точке с абсциссой ξ от воздействия подвесок при $\mathbf{X}_1 = 1$.

Эта нагрузка, направленная вверх, равномерно распределена по балке от опоры до середины пролета. Прогиб от такой нагрузки найдем, интегрируя $\Phi_1(x, \xi)$ по x от 0 до 0,5. Напомним, что $\Phi_1(x, \xi)$ — прогиб «однородной» балки в сечении x от силы $P = 1$, находящейся в точке пролета с абсциссой ξ :

$$\Delta_{1p} = -\frac{Pz_0 l^4}{EI} \left[\int_0^{\xi} \bar{\Phi}_1(x, \xi) dx + \int_{\xi}^{0,5} \bar{\Phi}_1(x, \xi) dx \right] = -\frac{P8f}{l} \cdot \frac{l^3}{EI} \bar{\Phi}_4(\xi). \quad (3.47)$$

Рассуждая аналогично:

$$\Delta_{2p} = -\frac{Pz_0 l^4}{EI} \int_{0,5}^1 \bar{\Phi}_1(x, \xi) dx = -\frac{P8f}{l} \cdot \frac{l^3}{EI} \bar{\Phi}_5(\xi). \quad (3.48)$$

Функции Φ_4 и Φ_5 — см. формулы (26), (34) приложения.

Зная перемещение в разрезе кабеля от единичной силы Δ_{1p} , определим перемещения там же от равномерной нагрузки подвесок z_0 на половине пролета, т. е.

$$\delta_{11}^0 = \frac{z_0^2 l^5}{EI} \int_0^{0,5} \bar{\Phi}_4(\xi) d\xi = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \Phi_6. \quad (3.49)$$

Учитывая перемещения от удлинения кабеля

$$\delta_{11}^k = \frac{L_0}{2E_R F_R},$$

запишем

$$\delta_{11} = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \left(\Phi_6 + \frac{l^2}{64f^2} \cdot \frac{L_0}{2l} \cdot \frac{EI}{E_R F_R l^2} \right), \quad (3.50)$$

где L_0 — см. (3.4).

Побочные перемещения найдем, изменяя пределы интегрирования:

$$\delta_{12} = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \int_{0,5}^1 \bar{\Phi}_4(\xi) d\xi = \frac{64f^2}{l^2} \cdot \frac{l^3}{EI} \Phi_7. \quad (3.51)$$

Функции Φ_6 и Φ_7 — см. формулы (42), (43) приложения.

Из решения системы уравнений найдем распоры X_1 и X_2 . Первая итерационная часть расчета заканчивается после того, как подстановка $X_2 = H_{2p}$ в r [см. (3.43)] практически не дает уточнения r .

Прогибы и усилия в балке определяются из рассмотрения равновесия балки под действием внешних нагрузок и усилий от подвесок.

а) Нагрузка P находится на левой половине балки:

$$\left. \begin{aligned} \eta(x, \xi) &= \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_1(x, \xi) - \alpha_1(\xi) \bar{\Phi}_4(x) - \alpha_2(\xi) \bar{\Phi}_5(x)]; \\ M(x, \xi) &= -Pl [\Phi_1''(x, \xi) - \alpha_1(\xi) \bar{\Phi}_4''(x) - \alpha_2(\xi) \bar{\Phi}_5''(x)]; \\ Q(x, \xi) &= -P [\Phi_1'''(x, \xi) - \alpha_1(\xi) \bar{\Phi}_4'''(x) - \alpha_2(\xi) \bar{\Phi}_5'''(x)]. \end{aligned} \right\} (3.52)$$

Здесь $\alpha_1(\xi) = X_1(\xi)z$; $\alpha_2(\xi) = X_2(\xi)z$ [см. (3.39)].

б) Если нагрузка P находится на правой половине балки, то в формулах Δ_{1p} и Δ_{2p} меняются $\bar{\Phi}_4$ и $\bar{\Phi}_5$ на $\bar{\Phi}_4$ и $\bar{\Phi}_5$, а расчетное уравнение (3.52) остается тем же.

Функции Φ_1 , Φ_4 и Φ_5 и их производные — см. приложение.

Усилие сдвига в среднем узле найдем как разность распоров в левой и правой частях кабеля:

$$H_0 = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{Pl}{8f} = \alpha_0 \frac{Pl}{8f}. \quad (3.53)$$

В приведенном расчете в качестве внешней нагрузки принят для упрощения записи одиночный груз P , расположенный в точке пролета с абсциссой ξ . В случае действия нескольких сосредоточенных или распределенных нагрузок выполняется суммирование или интегрирование воздействий так же, как это показано, например, при расчете обычной трехпролетной схемы (3.27) — (3.38).

На рис. 14 приведены безразмерные коэффициенты для вычисления ординат линий влияния распоров кабеля, прогибов и изгибающих моментов в четверти пролета по формулам (3.18). Ординаты линии влияния осевого усилия в балке вычисляются по формуле

$$H_0^0 = \alpha_0 \frac{l}{8f}.$$

Коэффициенты α_2 для определения распора кабеля на второй половине пролета симметричны относительно середины пролета коэффициентам α_1 . Линии влияния прогибов и изгибающих моментов в середине пролета определяются по коэффициентам обычной системы.

Конструкции с жестким прикреплением кабеля к балке в середине пролета следует рассматривать как простейшие системы повышенной жесткости. Преимущества такого мероприятия по сравнению с другими способами повышения жесткости — простота конструктивного решения и сохранение такого же внешнего вида, какой имеют обычные системы (что, по высказыванию авторов проекта Танкер-

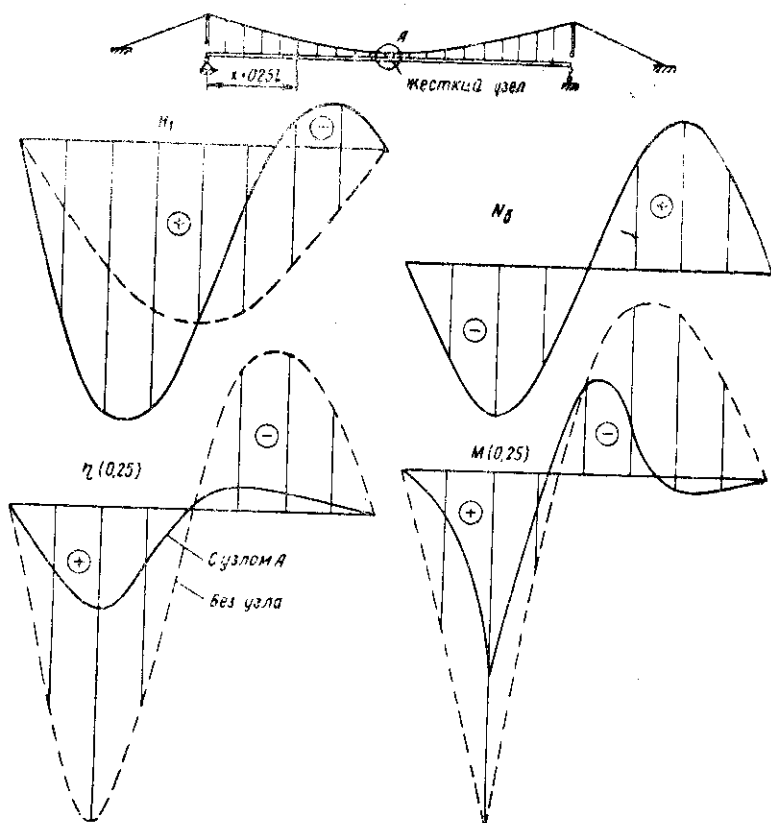


Рис. 14. Линии влияния систем с жестким узлом в середине пролета. В таблице даны коэффициенты для вычисления ординат линий влияния по формулам (3.18) и (3.53). Учет нелинейности см. на рис. 29

ξ	$w(0,25)$					$m(0,25)$				
	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750
$0,5 \cdot 10^{-4}$	0,170	0,291	0,075	-0,087	+0,007	055	392	-103	-206	+033
$1 \cdot 10^{-4}$	0,270	0,446	0,220	-0,001	-0,025	084	434	-069	-197	+033
$2 \cdot 10^{-4}$	0,440	0,713	0,481	+0,167	-0,053	131	503	-013	-180	-041
$5 \cdot 10^{-4}$	0,820	1,326	1,119	+0,649	+0,019	223	641	+106	-132	-110
	α					α_0				
$0,5 \cdot 10^{-4}$	1,62	2,53	2,49	1,55	-0,32	-2,03	-2,85	-2,03	0	+2,85
$1 \cdot 10^{-4}$	1,53	2,41	2,36	1,54	-0,21	-1,87	-2,62	-1,87	0	+2,62
$2 \cdot 10^{-4}$	1,40	2,22	2,21	1,53	-0,04	-1,61	-2,26	-1,61	0	+2,26
$5 \cdot 10^{-4}$	1,14	1,85	1,93	1,47	+0,25	-1,14	-1,60	-1,14	0	+1,60

вильского моста во Франции, явилось решающим фактором при выборе этой системы для моста через р. Сену).

Основной недостаток систем с жестким средним узлом — передача сжимающих усилий на балку. Для обеспечения устойчивости элемента жесткости относительно вертикальной оси необходимо предусматривать горизонтальные связи как по верхнему, так и по нижнему поясу балки, объединять главные балки с настилом.

В системах с жестким узлом прогибы и изгибающие моменты в четверти пролета на 30—40% меньше прогибов и моментов обычных систем. Несмотря на появление осевой силы, требуемый момент

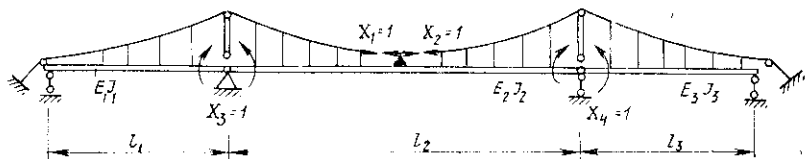


Рис. 15. Основная система для расчета трехпролетной схемы со средним жестким узлом

сопротивления балки этой схемы, как показывают расчеты, на 10—15% меньше, чем для балки простейшей висячей системы.

Расчет трехпролетной системы с жестким узлом в среднем пролете. Для расчета неразрезной схемы методом сил на рис. 15 показана основная статически определимая система. Расчетные формулы перемещений выводятся аналогично формулам расчета обычной трехпролетной схемы и однопролетной схемы со средним жестким узлом:

$$\delta_{11} = \frac{l_2^3}{E_2 J_2} \left[z_2^2 \Phi_{62} + z_1^2 \Phi_{31} \frac{E_2 l_2}{F_1 l_1} \cdot \frac{l_1^3}{l_2^3} + n_0 \frac{L}{2} \right]; \quad (3.54)$$

$$\delta_{12} = \frac{l_2^3}{E_2 J_2} \Phi_{72} z_2^2. \quad (3.55)$$

Φ_{31} — функция Φ_3 , определяемая по формуле (25) приложения для $r = r_1$;

Φ_{62}, Φ_{72} — функции Φ_5 и Φ_7 , вычисленные при $r = r_2$ по формулам (42), (43) приложения;

$$L — \text{см. формулу (3.22)}, z_1 = \frac{8f_1}{l_1}; z_2 = \frac{8f_2}{l_2}; \quad (3.55a)$$

δ_{33}, δ_{34} — см. формулы (3.25), (3.26), где индексы 2 и 3 следует заменить соответственно на 3 и 4;

$$\delta_{13} = \frac{l_2^3}{E_2 J_2} \left[z_2 \Phi'_{42}(0) + z_1 \Phi'_{21}(1) \frac{E_2 l_2}{E_1 l_1} \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} \right]; \quad (3.56)$$

$$\delta_{14} = \frac{l_2^3}{E_2 J_2} z_2 \Phi'_{52}(0). \quad (3.57)$$

Грузовые перемещения запишем для одиночного груза, который перемещается по трем пролетам:

а) груз P находится в первом пролете:

$$\Delta_{1p} = -Pz_1 \Phi_2(\xi_1) \frac{l_1^3}{E_1 I_1}; \quad \Delta_{3p} = -P\Phi'_{11}(1, \xi_1) \frac{l_1^2}{E_1 I_1}; \quad (3.58)$$

$$\Delta_{2p} = 0; \quad \Delta_{4p} = 0; \quad (3.59)$$

б) груз P находится во втором пролете:

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 \leq 0,5: \quad \Delta_{1p} &= -Pz_2 \bar{\Phi}_4(\xi_2) \frac{l_2^3}{E_2 I_2}; \\ \Delta_{2p} &= -Pz_2 \bar{\Phi}_5(\xi_2) \frac{l_2^3}{E_2 I_2}; \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 \geq 0,5: \quad \Delta_{1p} &= -Pz_2 \bar{\bar{\Phi}}_4(\xi_2) \frac{l_2^3}{E_2 I_2}; \\ \Delta_{2p} &= -Pz_2 \bar{\bar{\Phi}}_5(\xi_2) \frac{l_2^3}{E_2 I_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi_2 \leq 1: \quad \Delta_{3p} &= -P\Phi'_{12}(0, \xi_2) \frac{l_2^2}{E_2 I_2}; \\ \Delta_{4p} &= -P\Phi'_{12}(1, \xi_2) \frac{l_2^2}{E_2 I_2}; \end{aligned} \right\} \quad (3.62)$$

в) груз P находится в третьем пролете:

$$\Delta_{1p} = 0; \quad \Delta_{2p} = -Pz_3 \Phi_{23}(\xi_3) \frac{l_3^3}{E_3 I_3}; \quad (3.63)$$

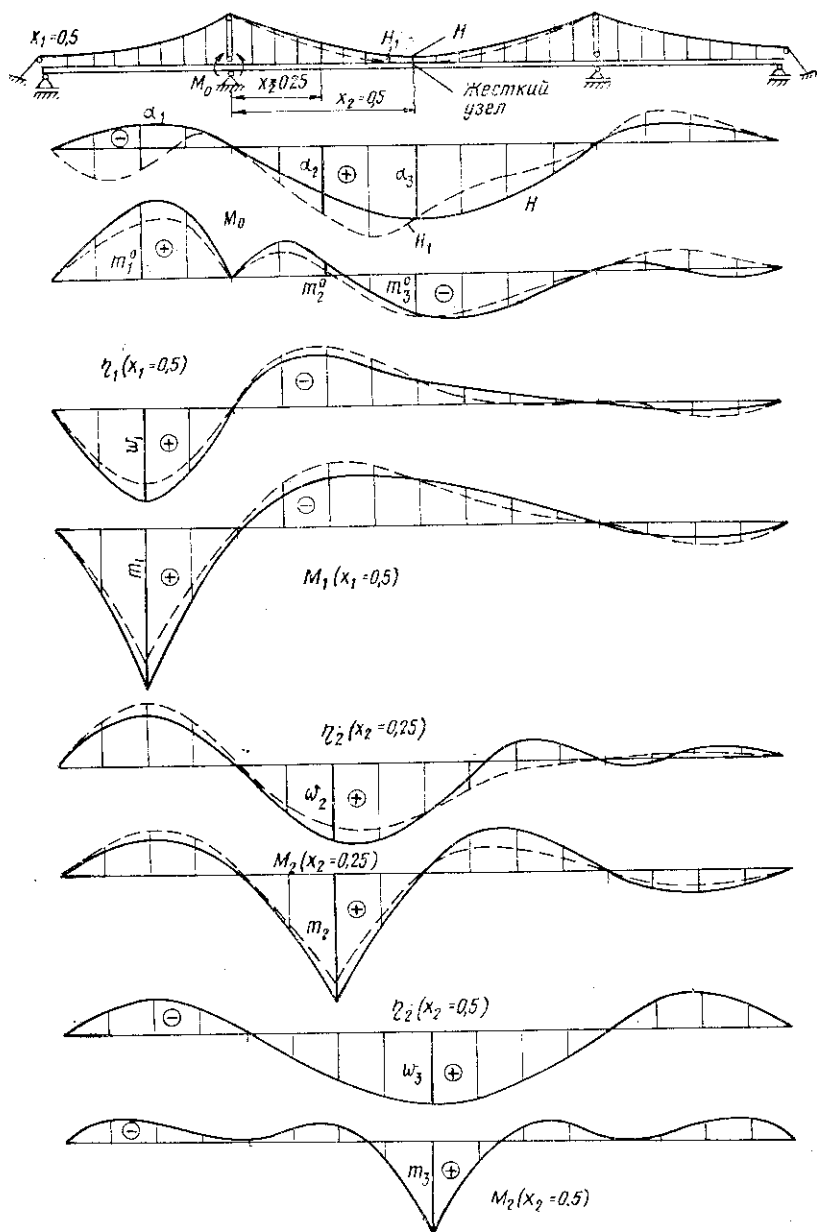
$$\Delta_{3p} = 0; \quad \Delta_{4p} = -P\Phi'_{13}(0, \xi_3) \frac{l_3^2}{E_3 I_3}. \quad (3.64)$$

Указанные здесь функции Φ и их производные см. в приложении.

Найденные из решения канонических уравнений распоры в кабеле $\mathbf{X}_1 = H_{1p}$, $\mathbf{X}_2 = H_{2p}$ используют для проверки принятых ранее коэффициентов деформативности— r_1 [см. 21, где $H_{1p} = \mathbf{X}_1$] и r_2 (см. 43, где $H_{2p} = \mathbf{X}_2$). Итерации продолжаются до получения устойчивых значений r . Для определения расчетных прогибов, изгибающих моментов и поперечных сил рассматривается равновесие балки под действием внешних нагрузок, усилий от подвесок и опорных моментов \mathbf{X}_3 , \mathbf{X}_4 . Например, запишем уравнения прогибов в первом (x_1) и во втором пролете (x_2) при перемещении одиночного груза по трем пролетам (ξ_1 , ξ_2 , ξ_3):

$$\eta(x_1) = \frac{Pl_1^3}{E_1 I_1} [\Phi_{11}(x_1, \xi_1) - \alpha_1(\xi_1) \Phi_{21}(x_1) - X_3(\xi_1) \Phi_{M1}^I(x_1)]; \quad (3.65)$$

$$\eta(x_1) = \frac{Pl_1^3}{E_1 I_1} [-\alpha_1(\xi_2) \Phi_{21}(x_1) - X_3(\xi_2) \Phi_{M1}^II(x_1)]; \quad (3.66)$$



При перемещении груза в третьем пролете положить в (3.66) $\alpha(\xi_3)$ и $X_3(\xi_3)$ вместо $\alpha(\xi_2)$ и $X_3(\xi_2)$.

$$\eta(x_2) = \frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} \left[-\bar{\Phi}_{42}(x_2) \alpha_1(\xi_1) - \bar{\Phi}_{52}(x_2) \alpha_2(\xi_1) - \right. \\ \left. - X_3(\xi_1) \Phi_{M2}^n(x_2) - X_4(\xi_1) \Phi_{M2}^n(x_2) \right]; \quad (3.67)$$

$$\eta(x_2) = \frac{Pl_2^3}{E_2 I_2} \left[\Phi_{12}(x_2, \xi_2) - \bar{\Phi}_{42}(x_2) \alpha_1(\xi_2) - \right. \\ \left. - \bar{\Phi}_{52}(x_2) \alpha_2(\xi_2) - X_3(\xi_2) \Phi_{M2}^n(x_2) - X_4(\xi_2) \Phi_{M2}^n(x_2) \right]. \quad (3.68)$$

При нахождении груза в третьем пролете для определения прогиба $\eta(x_2)$ в (3.67) положить $\alpha_1(\xi_3)$, $\alpha_2(\xi_3)$ и $X_3(\xi_3)$, $X_4(\xi_3)$ вместо тех же функций, которые в (3.67) имеют в качестве аргумента ξ_1 . Обозначения α_i , X_i — см. (3.39).

Отметим также, что расчетный алгоритм трехпролетной системы с жестким узлом — общий по отношению ко всем ранее рассмотренным алгоритмам, которые после преобразований могут быть получены из общего.

Так, перемещения δ_{11} и δ_{12} для расчета трехпролетной неразрезной схемы без среднего узла могут быть получены суммированием перемещений схемы со средним узлом (эти перемещения обозначены нулем):

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \delta_{11}^0 + \delta_{12}^0 + \delta_{21}^0 + \delta_{22}^0; \\ \delta_{12} &= \delta_{23}^0 + \delta_{24}^0. \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

Рис. 16. Линии влияния трехпролетных неразрезных висячих систем с жестким узлом в середине пролета (пунктирная линия) и обычной схемы без узла (сплошная линия, см. табл. 3). В таблице к рис. 16 даны коэффициенты вычисления ординат линий влияния системы с жестким узлом по формулам (3.18), (3.41), (3.42): $j=1$ — загрузка бокового пролета сосредоточенной силой в середине пролета или распределенной нагрузкой всего пролета; $j=2$ — одиночный груз в четверти среднего пролета или распределенная нагрузка на левой половине пролета, расчетное сечение в четверти пролета

Таблица к рис. 16

j	Одиночный груз					Распределенная нагрузка			
	n_0	α_j	m_j^0	w_j	m_j	A_j	ψ_j^0	Ω_j	Ψ_j
1	$0,5 \cdot 10^{-4}$	0,527	234	1,564	862	0,150	088	0,691	255
	$1 \cdot 10^{-4}$	0,414	267	1,721	924	0,116	098	0,719	264
	$5 \cdot 10^{-4}$	0,131	344	2,123	1082	0,033	119	0,786	287
2	$0,5 \cdot 10^{-4}$	1,778	-060	1,513	689	0,715	-036	0,532	121
	$1 \cdot 10^{-4}$	1,608	+013	1,689	719	0,656	-009	0,607	132
	$5 \cdot 10^{-4}$	1,008	-1313	2,562	835	0,430	+113	0,992	178

Подобные операции можно использовать при отладке и проверке программ. Кроме этого, для проверки программ линий влияния можно воспользоваться таким приемом, как расчет при $E_R F_R = \infty$. При этом выявляются характерные нулевые точки линий влияния и равенство площадей, ограниченных линиями влияния с противоположными знаками. Линии влияния трехпролетных систем с жестким узлом в середине показаны на рис. 16.

Влияние компоновочных параметров трехпролетной всячей системы на ее прогибы. Исследования трехпролетных систем с вертикальными подвесками, проведенные на ЭВМ, позволяют сделать выводы:

1) для выявления наибольших прогибов трехпролетной конструкции следует принимать как полное или частичное (0,5—0,75 l) нагружение среднего, так и полное нагружение бокового пролета. При соотношениях длин пролетов 1:2:1 прогибы в боковых пролетах, как правило, превосходят прогибы среднего пролета [41];

2) дополнительные провесы в боковом пролете прямо пропорциональны относительной длине его и почти не зависят от стрел провеса кабеля, его продольной жесткости и соотношения моментов инерции балок в пролетах;

3) влияние кинематических перемещений кабеля при нагружении одного среднего пролета таково, что прогибы середины этого пролета в 2—3 раза больше прогибов однопролетной схемы, в которой боковые оттяжки прямые.

Применение неразрезной балки в обычной схеме приводит к уменьшению прогибов в четверти среднего пролета на 15—20% и мало влияет на прогибы в боковом пролете. В трехпролетной схеме с жестким средним узлом неразрезность балки дает уменьшение прогибов в среднем пролете по сравнению со схемой с разрезной балкой на 10—15%;

5) деформационный расчет трехпролетных схем имеет такое же значение для уточнения прогибов и изгибающих моментов, как и при расчете однопролетных систем.

4. Системы с натягающим кабелем

Монтаж предварительно напряженной системы с натягающим (арочным) кабелем (рис. 17) выполняется, как правило, в такой последовательности: а) монтаж несущего пояса и предварительное напряжение арочного кабеля; б) подвешивание балки и омоноличивание монтажных стыков.

При этом очевидны удобства монтажа балки — она подвешивается к неизменяемой стабилизированной системе тросов, и сама балка не несет постоянной нагрузки (освобождена от собственного веса и не испытывает усилий от предварительного натяжения натягающего пояса.

Другой способ монтажа возможен в случае усиления существующей однокабельной системы: а) монтаж несущего кабеля и балки; б) натяжение натягающего кабеля.

На последней стадии монтажа усилия от напряжения нижнего пояса следует рассматривать как внешнюю нагрузку на однокабельную систему, и расчет ее необходимо выполнять, как это сделано нами в первом пункте данной главы.

Рассмотрим расчет системы в стадии эксплуатации при условии, что распор от временной нагрузки не превосходит распора от предварительного напряжения в оттяжном кабеле и последний не выключается из работы.

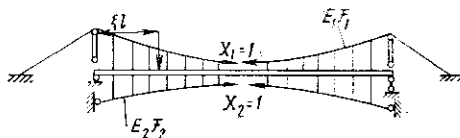


Рис. 17. Основная система для расчета двухпоясной схемы

Нелинейный расчет с помощью метода сил начинаем с выбора основной системы (см. рис. 17).

Запишем систему канонических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

Рассуждая так же, как и при выводе формулы (3.5), найдем:

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{EI} \cdot \frac{64f_1^2}{l_1^2} \left(\Phi_3 + \frac{EI}{E_1 F_1 l_1^2} \cdot \frac{L_0}{l_1} \cdot \frac{l_1^2}{64f_1^2} \right); \quad (3.71)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l^3}{EI} \cdot \frac{64f_1 f_2}{l_1 l_2} \Phi_3; \quad (3.72)$$

$$\delta_{22} = \frac{l^3}{EI} \cdot \frac{64f_2^2}{l_2^2} \left(\Phi_3 + \frac{EI}{E_2 F_2 l_2^2} \cdot \frac{L_{II}}{l_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{l_2^2}{64f_2^2} \right); \quad (3.73)$$

$$\Delta_{1p} = -\frac{8f_1}{l_1} \cdot \frac{l^3}{EI} P \Phi_2(\xi); \quad \Delta_{2p} = -\frac{8f_2}{l_2} \cdot \frac{l^3}{EI} P \Phi_2(\xi). \quad (3.74)$$

Здесь $l_1, f_1, E_1 F_1$ — пролет, стрела провеса и продольная жесткость несущего кабеля;

$l_2, f_2, E_2 F_2$ — то же, натягающего кабеля;

L_0, L_{II} — приведенные длины несущего кабеля и натягающего вычисляются по формуле (3.4), причем L_{II} вычисляется без учета оттяжек, так как натягающий кабель закреплен непосредственно к анкерам;

l, EI — пролет и жесткость балки;

$\Phi_3, \Phi_2(\xi)$ — см. приложение, где x должен быть заменен на ξ .

Если действуют несколько сосредоточенных сил или распределенных нагрузок, производится суммирование $\Phi_2(\xi)$ либо интегрирование этой функции в пределах расположения нагрузки.

Коэффициент деформативности для вычисления функций влияния принимается с учетом всех распоров, которые возникают в несущем и натягающем кабелях:

$$r = l \sqrt{\frac{H_q + H_{1п.н} + H_{2п.н} + H_{1р} + H_{2р}}{EI}}, \quad (3.75)$$

где H_q , $H_{1п.н}$, $H_{1р}$ — распоры от постоянной нагрузки [см. (2.1)], предварительного напряжения и временной нагрузки в несущем кабеле;

$H_{2п.н}$, $H_{2р}$ — распоры от предварительного напряжения и временной нагрузки в натягающем кабеле.

Зависимость между распорами в стадии предварительного напряжения определяется из геометрических условий:

$$\frac{H_{1п.н}}{H_{2п.н}} = \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{f_2}{f_1}. \quad (3.76)$$

В этой формуле один из распоров должен быть задан из производственных или конструктивных соображений. Распорами от временной нагрузки в (3.75) на первой стадии итерационного расчета можно пренебречь либо определить их из предположения о нерастяжимости кабеля. В дальнейшем учитывается, что $H_{1р} = X_1$ и $H_{2р} = X_2$. После уточнения коэффициента r (методом последовательного приближения) определяем

$$\alpha_1 = X_1 \frac{\delta f_1}{Pl_1}; \quad \alpha_2 = X_2 \frac{\delta f_2}{Pl_2}$$

и находим прогибы

$$\eta(x) = \frac{Pl^3}{EI} \{ \Phi_1(x, \xi) - [\alpha_1(\xi) + \alpha_2(\xi)] \Phi_2(x) \}. \quad (3.77)$$

Уравнения изгибающих моментов и поперечных сил отличаются от (3.77) тем, что в них функции Φ_1 и Φ_2 будут иметь соответствующие производные по x (вторую и третью), а множитель перед скобкой будет заменен на $-Pl$ и на -1 .

Исследования показывают, что, включив дополнительный натягающий кабель в комбинированную схему, мы уменьшим в основном прогибы в середине пролета, так как упругие удлинения несущего кабеля уменьшатся благодаря разгрузке его натягающим тросом. На уменьшение же кинематических перемещений нижний пояс влияет мало. Это уменьшение определяется предварительным напряжением, которое равносильно приложению дополнительной постоянной нагрузки.

Выше отмечалось, что добавление балластной нагрузки само по себе не является радикальной мерой уменьшения кинематических перемещений. Поэтому возрастание предварительного напряжения увеличит коэффициент деформативности n , следовательно, уменьшит прогибы за счет нелинейности. Однако если расчет производить без учета деформативности (при $r = 0$), то это уменьшение не будет выявлено. Конечно, прогибы и изгибающие моменты в четверти пролета под грузом несколько уменьшаются в связи с уменьшением упругих удлинений тросовых элементов, но оно, как правило, невелико.

Для более рационального использования напрягающего кабеля рекомендуется жестко прикрепить его к балке в середине пролета. Таким образом, в этом узле будут резко уменьшены горизонтальные перемещения нижнего кабеля; следовательно, здесь будут созданы условия для изоляции одной половины пролета от другой, что приведет к уменьшению s-образных прогибов.

Расчет таких систем произведем с помощью методики, примененной для рассмотренных выше схем. Основная система метода сил показана на рис. 18, а.

По аналогии с расчетом схем, показанных на рис. 13 и 17, определим перемещения:

$$\delta_{11} = \frac{z_1^2 l^3}{EI} \Phi_3 + \frac{L_0}{E_1 F_1}; \quad (3.78)$$

$$\delta_{22} = \delta_{33} = \frac{z_2^2 l^3}{EI} \Phi_6 + \frac{L_{II}}{E_2 F_2}; \quad (3.79)$$

$$\delta_{23} = \frac{z_2^2 l^3}{EI} \Phi_7; \quad \delta_{12} = \frac{z_1 z_2 l^3}{EI} \cdot \frac{\Phi_3}{2}. \quad (3.80)$$

Грузовые члены в канонических уравнениях при действии единичной нагрузки $P(\xi)$:

$$0 \leq \xi \leq 1: \quad \Delta_{1p} = -P z_1 \Phi_2(\xi) \frac{l^3}{EI}; \quad (3.81)$$

$$0 \leq \xi \leq 0,5: \quad \Delta_{2p} = -P z_2 \bar{\Phi}_4(\xi) \frac{l^3}{EI}; \quad \Delta_{3p} = -P z_2 \bar{\Phi}_5(\xi) \frac{l^3}{EI}; \quad (3.82)$$

$$0,5 \leq \xi \leq 1: \quad \Delta_{2p} = -P z_2 \bar{\Phi}_4(\xi) \frac{l^3}{EI}; \quad \Delta_{3p} = -P z_2 \bar{\Phi}_5(\xi) \frac{l^3}{EI}; \quad (3.83)$$

где L_0, L_{II} — приведенные длины несущего и напрягающего кабеля. При этом L_{II} вычисляется без учета оттяжек.

$$z_1 = \frac{8f_1}{l_1}; \quad z_2 = \frac{8f_2}{l_2}, \quad (3.84)$$

где f_1 и f_2 — стрелы провеса несущего кабеля и подъема напрягающего;

l_1 и l_2 — пролеты несущего и напрягающего кабелей;

$\Phi_2 - \Phi_7$ — функции влияния (см. приложение).

Коэффициент деформативности определяется по формуле

$$r = l \sqrt{(H_q + H_{1п.н} + H_{2п.н} + H_{1p} - H_{2p}) / EI}. \quad (3.85)$$

Обозначения распоров [см. (3.75)], где H_{2p} — распор от временной нагрузки на той половине пролета, где балка имеет свободное опирание. На первой стадии приближения $H_{1p} - H_{2p} = 0$, затем $H_{1p} = X_1$, $H_{2p} = X_2$. В формулах (3.81) — (3.83) функции Φ_2 , Φ_4 ,

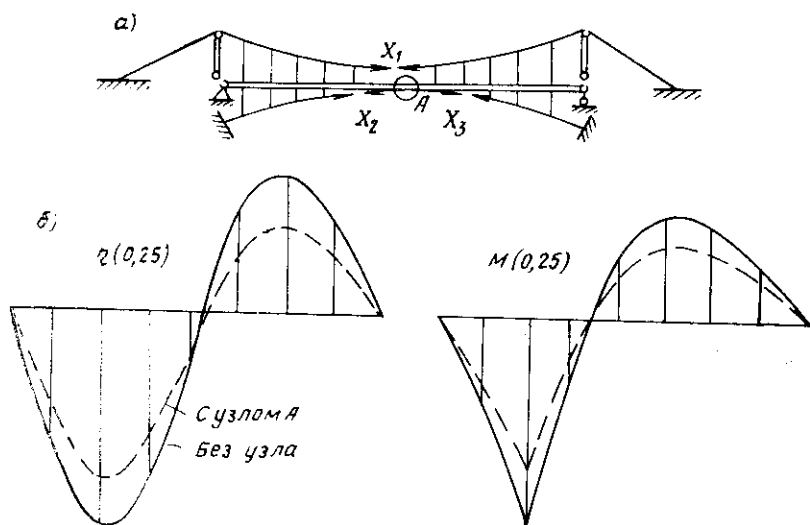


Рис. 18. К расчету двухпропной схемы с жестким узлом

а — основная система метода сил; б — линии влияния прогибов и изгибающих моментов в четверти пролета

Φ_3 принимаются по приложению с заменой x на ξ . В случае распределенной нагрузки производится интегрирование функций Φ_1 по ξ , а в случае нескольких сосредоточенных сил — суммирование функций влияния, зависящих от ξ .

Прогибы конструкции под действием временных нагрузок могут быть найдены как алгебраическая сумма прогибов балки под действием внешних и внутренних сил [см. (3.77)]:

$$\eta = \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_1(x, \xi) - \alpha_1(\xi) \Phi_2(x) - \alpha_2(\xi) \bar{\Phi}_4(x) - \alpha_3(\xi) \bar{\Phi}_5(x)]. \quad (3.86)$$

Изгибающие моменты и поперечные силы вычисляются аналогично с заменой функций влияния на их вторые и третьи производные, а также множителя перед скобкой на $-Pl$ и $-l$.

Отметим, что прогибы и изгибающие моменты в сечениях, не совпадающих с серединой пролета данной системы, на 15—20% меньше, чем в конструкции без жесткого узла (см. рис. 18, б), однако балка жесткости в данном случае испытывает сжатие, равное разности распоров нижнего кабеля в соседних полупролетах.

5. Расчет двухкабельных комбинированных систем с учетом геометрической нелинейности

Применение двухкабельных систем для комбинированных висячих конструкций—один из путей повышения жесткости сооружения при действии местной временной нагрузки. Преимущество этих систем перед однокабельными конструкциями, где кабель прикреплен к балке в середине пролета, то, что в них не передается продольное усилие на балку и опоры не воспринимают горизонтальных усилий от пролетного строения. В расчетах тех и других систем много общего.

Вывод дифференциального уравнения равновесия балки

Постоянная нагрузка q_1 и q_2 , передающаяся на кабели до замыкания шарниров балки жесткости, вызывает в кабелях распоры, определяемые из условия равновесия кабелей в середине пролета:

$$H_{1q} + H_{2q} = \frac{M}{f}. \quad (a)$$

Дифференциальное уравнение равновесия элементарных отрезков кабелей при действии временной нагрузки может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} -(H_{1q} + H_1) \frac{d^2(y_1 + \eta)}{l^2 dx^2} &= q_1 + z_1^0; \\ -(H_{2q} + H_2) \frac{d^2(y_2 + \eta)}{l^2 dx^2} &= q_2 + z_2^0. \end{aligned} \quad (б)$$

Изогнутая ось балки постоянного сечения по длине пролета при действии на нее распределенной нагрузки описывается уравнением

$$EI \frac{d^4 \eta}{l^4 dx^4} = p - z_1^0 - z_2^0. \quad (в)$$

Складывая левые и правые части уравнений (б) и (в), получим

$$\begin{aligned} \frac{EI}{l^4} \cdot \frac{d^4 \eta}{dx^4} - (H_{1q} + H_1) \frac{d^2(y_1 + \eta)}{l^2 dx^2} - \\ - (H_{2q} + H_2) \frac{d^2(y_2 + \eta)}{l^2 dx^2} = p + q \end{aligned} \quad (г)$$

или, учитывая из (а), что

$$q = -H_{1q} \frac{d^2 y_1}{l^2 dx^2} = -H_{2q} \frac{d^2 y_2}{l^2 dx^2},$$

запишем (г) в следующем виде:

$$\eta^{IV} - r^2 \eta'' = \frac{l^4}{EI} (p - \beta q), \quad (3.87)$$

где

$$r = l \sqrt{(H_q + H_p)/EI}; \quad \beta = \frac{H_p}{H_q};$$

$$H_p = H_1 + H_2; \quad H_q = H_{1q} + H_{2q}. \quad (3.88)$$

Здесь приняты те же обозначения, что и при выводе уравнения (2.2). Индекс 1 соответствует параметрам верхнего кабеля, а индекс 2 — нижнего.

Из (3.87) следует, что основное уравнение двухкабельных комбинированных систем соответствует уравнению однокабельных схем (2.2), а поэтому расчет с учетом дополнительных провесов как той, так и другой системы может быть выполнен по единой методике.

Расчет двухкабельной системы без средней подвески

Основная система метода сил получена разрезом кабелей в нижних точках (рис. 19, а). Полагая, что распоры кабелей на каждой ступени итерационного процесса не зависят от деформаций, получим

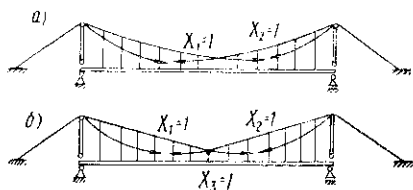


Рис. 19. Основные расчетные системы двухкабельной схемы
а — без средней подвески; б — со средней подвеской

линейно-деформируемую систему относительно поперечных нагрузок. Таким образом, можно записать систему канонических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.89)$$

Единичные перемещения в системе (3.89) складываются из слагаемых от изгиба и от продольных деформаций элементов фермы:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} = \delta_{22} &= \delta_{11}^0 + \sum \frac{N_1^2 l}{EF}; \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \delta_{12}^0 + \sum \frac{N_1 N_2}{EF}. \end{aligned} \right\} \quad (3.90)$$

Вторые слагаемые перемещений обыкновенно во много раз меньше первых; поэтому продольные удлинения кабелей мы будем определять с помощью линейного расчета, изложенного С. А. Цап-линым в работе [59], сохраняя методику этого расчета для получения сопоставимых результатов:

$$\sum \frac{N_1^2 l_1}{E_1 F_1} = \frac{L_1}{E_1 F_1} \left(1 + \mu_1^2 - \frac{8\mu_1}{k_1} + \frac{64}{3k_1^2} \right) + \quad (3.91a)$$

$$+ (U_1^2 + U_2^2) \frac{L_2}{E_2 F_2} \left(1 + \mu_2^2 - \frac{8\mu_2}{k_2} + \frac{64}{3k_2^2} \right) + 2U_2^2 \frac{L_{от}}{E_0 F_0 \cos^2 \beta}; \quad (3.91b)$$

$$\sum \frac{N_1 N_2 l_2}{E_2 F_2} = 2U_1 U_2 \frac{L_2}{E_2 F_2} \left(1 + \mu_2^2 - \frac{8\mu_2}{k_2} + \frac{64}{3k_2^2} \right) + 2U_2^2 \frac{L_{от}}{E_0 F_0 \cos^2 \beta}; \quad (3.92a)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \right| - 1 \right); \\ U_2 &= \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \right| + 1 \right); \end{aligned} \right\} \quad (3.92b)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2}{k} + \frac{4}{k_1} - \frac{8(2m-1)d}{k_1 l}; \quad (3.93a)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2}{k} + \frac{4}{k_2} - \frac{8(2m-1)d}{k_2 l}; \quad (3.93b)$$

$$L_1 = \frac{l}{2} \left(1 + \frac{2}{k^2} + \frac{8}{3k_1^2} \right); \quad (3.94a)$$

$$L_2 = \frac{l}{2} \left(1 + \frac{2}{k^2} + \frac{8}{3k_2^2} \right); \quad (3.94b)$$

$$\mu_1 = \frac{2}{k} + \frac{4}{k_1} + \frac{8d}{k_1 l}; \quad \mu_2 = \frac{2}{k} + \frac{4}{k_2} + \frac{8d}{k_2 l}. \quad (3.95)$$

Здесь

$$k = \frac{l}{f}; \quad k_1 = \frac{l}{2f_1}; \quad k_2 = \frac{l}{2f_2}. \quad (3.96)$$

f — общая стрела кабелей фермы в среднем узле;

f_1 — стрела провеса нижнего кабеля;

f_2 — то же, верхнего;

d — длина панели (расстояние между подвесками в продольном направлении);

m — число панелей на полупролете.

Первые слагаемые в формулах (3.90) — это перемещения от изгиба балки, деформация которой описывается уравнением (3.87).

Вначале проследим вывод формулы перемещений Δ_{1p} от единичной силы $P(\xi)$. Воспользуемся теоремой Бетти $\Delta_{1p} = \Delta_{p1}$ и найдем перемещения в направлении действия единичной силы от распора в кабеле $X_1 = 1$.

Единичный распор вызывает воздействие подвесок интенсивностью z_1^0 — на одной половине пролета балки, где кабель расположен снизу, и z_2^0 — на другой половине пролета, где данный кабель переходит в верхний пояс.

Обозначим $z_1 = z_1^0 l$; $z_2 = z_2^0 l$. Таким образом, для положения груза слева от середины

$$\Delta_{1pl} = -\frac{Pl^3}{EI} \left[z_1 \int_0^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_1 \int_{\xi}^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + z_2 \int_{0,5}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right]; \quad (3.97a)$$

$\bar{\Phi}_1(x, \xi)$; $\bar{\Phi}_1(x, \xi)$ — см. приложение;

$$z_1 = \frac{16(l-2d)}{l} \left(\frac{U_1}{k_2} + \frac{1}{k_1} \right); \quad z_2 = \frac{16(l-2d)}{l} \cdot \frac{U_2}{k_2}. \quad (3.98a)$$

Рассуждая аналогично, получим для положения груза справа от середины

$$\Delta_{1pн} = -\frac{Pl^3}{EI} \left[z_1 \int_0^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + z_2 \int_{0,5}^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_2 \int_{\xi}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right]. \quad (3.97б)$$

Вследствие симметрии

$$\Delta_{1pl} = \Delta_{2pн}; \quad \Delta_{1pн} = \Delta_{2pl}.$$

Представим перемещения δ_{11}^0 как сумму перемещений Δ_{1p} от внешней распределенной нагрузки z_1^0 на левой половине пролета и z_2^0 на правой половине:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^0 = \delta_{22}^0 = & \frac{l^3}{EI} \left\{ z_1 \int_0^{0,5} \left[z_1 \int_0^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_1 \int_{\xi}^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + z_2 \int_{0,5}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right] d\xi + z_2 \int_{0,5}^{1,0} \left[z_1 \int_0^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + z_2 \int_{0,5}^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_2 \int_{\xi}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right] d\xi \right\}. \quad (3.99a) \end{aligned}$$

Перемещения δ_{12} могут быть представлены как сумма перемещений Δ_{1p} от нагрузки z_2^0 на левой половине пролета и z_1^0 на правой:

$$\begin{aligned} \delta_{12}^0 = \delta_{21}^0 = & \frac{l^3}{EI} \left\{ z_2 \int_0^{0,5} \left[z_1 \int_0^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_1 \int_{\xi}^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + z_2 \int_{0,5}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right] d\xi + z_1 \int_{0,5}^{1,0} \left[z_1 \int_0^{0,5} \bar{\Phi}_1 dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + z_2 \int_{0,5}^{\xi} \bar{\Phi}_1 dx + z_2 \int_{\xi}^1 \bar{\Phi}_1 dx \right] d\xi \right\}. \quad (3.99б) \end{aligned}$$

Прогибы и изгибающие моменты могут быть найдены расчетом балки, подчиняющейся уравнению (3.87) и нагруженной внешними воздействиями и усилиями от подвесок:

$$\left. \begin{aligned} \eta(x, \xi) &= \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_1(x, \xi) - v_1(\xi) \bar{\Phi}_4(x) - v_2(\xi) \bar{\Phi}_5(x)]; \\ M(x, \xi) &= -Pl [\Phi_1''(x, \xi) - v_1(\xi) \bar{\Phi}_4''(x) - v_2(\xi) \bar{\Phi}_5''(x)]. \end{aligned} \right\} (3.100)$$

При определении поперечной силы принимаются третьи производные функций влияния. Здесь $v_1(\xi)$ и $v_2(\xi)$ — равномерно распределенное воздействие подвесок на балку в левой и правой частях пролета при положении груза $P = 1$ в точке с абсциссой ξ , отсчитываемой от опор к середине пролета:

$$\left. \begin{aligned} v_1(\xi) &= \frac{16(l-2d)}{l} \left(\frac{X_1}{k_1} + \frac{X_2}{k_2} \right); \\ v_2(\xi) &= \frac{16(l-2d)}{l} \left(\frac{X_2}{k_1} + \frac{X_1}{k_2} \right). \end{aligned} \right\} (3.101)$$

Функции Φ_4 и Φ_5 — приведены в приложении [формулы (3.26) — (3.41)]; $X_1 = \frac{X_1}{P}$; $X_2 = \frac{X_2}{P}$.

Отметим, что расчет с учетом геометрической нелинейности должен выполняться методом последовательных приближений, т. е. на первой стадии система должна рассчитываться обычными методами строительной механики [59], либо по нашим формулам, где при вычислении функций влияния принимается $r = 0$ (см. приложение, графа 4).

На основе этого расчета определяются площади сечений кабелей, момент инерции балки жесткости и коэффициент деформативности r [формула (3.88)].

Расчет по деформированной схеме ведется для определенной величины и положения в пролете временной нагрузки, так как распоры зависят от этих факторов.

Коэффициент деформативности существенно изменяется при изменении величины временной нагрузки. Но изменение положения груза влияет на r незначительно, и при соотношениях нагрузок $q : p \geq 0,5 \div 1$ можно пользоваться линиями влияния при постоянном значении r .

Расчет двухкабельной системы со средней подвеской

С введением жесткого узла на пересечении кабелей и стойки, соединяющей узел с балкой, увеличивается неизменяемость этой системы при загрузении части пролета временной нагрузкой. Расчет такой трижды статически неопределимой системы выполняется по той же методике, что и расчет системы без средней подвески, но с учетом дополнительного неизвестного — усилия в средней подвеске (см. рис. 19, б).

Поэтому воспользуемся ранее выведенными формулами и дополним их недостающими:

$$\sum \frac{N_3^2 l_i}{EF_i} = 2U_3^2 \frac{L_2}{E_2 F_2} \left(1 + \mu_2^2 - \frac{8\mu_2}{k_2} + \frac{64}{3k_2^2} \right) + 2U_3^2 \frac{L_{от}}{E_0 F_0 \cos^2 \beta}; \quad (3.91в)$$

$$\sum \frac{N_1 N_3}{EF_i} l_i = (U_1 + U_3) U_3 \frac{L_2}{E_2 F_2} \left(1 + \mu_2^2 - \frac{8\mu_2}{k_2} + \frac{64}{3k_2^2} \right) + 2U_2 U_3 \frac{L_{от}}{E_0 F_0 \cos^2 \beta}; \quad (3.91г)$$

$$U_3 = \frac{1}{2 |\operatorname{tg} \alpha_2|}; \quad (3.92в)$$

$$z_3 = \frac{16(l-2d)}{l} \cdot \frac{U_3}{k_2}. \quad (3.98б)$$

Для определения перемещений балки основной системы в третьем состоянии представим воздействие висячей фермы на балку в виде двух нагрузок — равномерно распределенной z_3 от подвесок и единичной силы от средней подвески.

Тогда запишем:

$$\begin{aligned} & \frac{l^3}{EI} \int_0^1 [M(z_3) + M(1)]^2 dx = \\ & = \frac{l^3}{EI} \left[\int_0^1 M^2(z_3) dx + 2 \int_0^1 M(z_3) M(1) dx + \int_0^1 M^2(1) dx \right]. \end{aligned} \quad (3.102)$$

Первый интеграл данного разложения соответствует сумме перемещений балки при действии равномерно распределенной нагрузки z_3 по всему пролету.

Второй — перемещениям балки в направлении единичной силы, приложенной в точке $\xi = 0,5$, от действия равномерно распределенной нагрузки z_3 по всему пролету.

Третий — это перемещения балки в сечении $x = 0,5$ от действия единичной силы, приложенной в этой же точке.

Используя правила интегрирования, примененные нами при расчете однокабельной системы, найдем:

$$\delta_{33}^0 = \frac{l^3}{EI} [z_3 \Phi_3 + 2z_3 \Phi_2(0,5) + \Phi_1(0,5; 0,5)]; \quad (3.99а)$$

Перемещения δ_{13}^0 найдем, используя этот же прием:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 [M(z_3) + M(1)] [M(z_1) + M(z_2)] dx = \\ & = [z_1 z_3 \Phi_3 + z_2 z_3 \Phi_3 + z_2 \Phi_2(0,5) + z_1 \Phi_2(0,5)] \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\delta_{13}^0 = \frac{l^3}{EI} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} [z_3 \Phi_3 + \Phi_2(0,5)]. \quad (3.99г)$$

Грузовой член определится аналогично:

$$\Delta_{3p} = -\frac{Pl^3}{EI} [z_3 \Phi_2(\xi) + \Phi_1(0,5; \xi)]. \quad (3.97b)$$

Определение прогибов производится по формуле

$$\eta(x, \xi) = -\frac{Pl^3}{EI} [\Phi_1(x, \xi) - X_3(\xi) \Phi_1(0,5, x) - v_1(\xi) \bar{\Phi}_4(x) - v_2(\xi) \bar{\Phi}_5(x)], \quad (3.104)$$

где

$$v_1 = \frac{16(l-d)}{l} \left(\frac{W_1}{k_3} + \frac{X_1}{k_1} \right); \quad v_2 = \frac{16(l-d)}{l} \left(\frac{W_2}{k_2} + \frac{X_2}{k_1} \right); \quad (3.104a)$$

$$W_1 = \frac{(X_1 + X_2) \operatorname{tg} \alpha_1 + X_3}{2 \operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{X_1 - X_2}{2};$$

$$W_2 = \frac{(X_1 + X_2) \operatorname{tg} \alpha_1 + X_3}{2 \operatorname{tg} \alpha_2} + \frac{X_1 - X_2}{2}.$$

$X_i = \mathbf{X}_i/P_i$; $\Phi_1(0,5; x)$, $\Phi_4(x)$, $\Phi_5(x)$ — см. приложение.

Для определения изгибающих моментов и поперечных сил множитель перед скобкой в (3.104) заменяется соответственно на $-Pl$ и $-P$, а функции влияния заменяются на вторые и третьи производные этих функций по x .

Выводы из расчета двухкабельных систем

1. Прогибы двухкабельных систем — следствие главным образом упругих удлинений кабеля и в меньшей степени кинематических перемещений. Поэтому такие системы лучше могут воспринимать сосредоточенные воздействия, чем однокабельные.

2. Как показывают исследования, эффективность нелинейного расчета двухкабельных систем меньше, чем однокабельных, и уменьшается с увеличением статической неопределимости системы. Так, для систем со средней подвеской с учетом геометрической нелинейности следует рассчитывать такие конструкции при $r \geq 4$.

3. Эффективность учета прогибов зависит и от характеристики продольных деформаций кабеля n_0 , увеличиваясь с увеличением n_0 , т. е. в связи с применением для нитей высокопрочных материалов, алюминиевых сплавов или пластмасс.

4. При расчете двухкабельных систем методом последовательных приближений может быть учтено изменение геометрических пара-

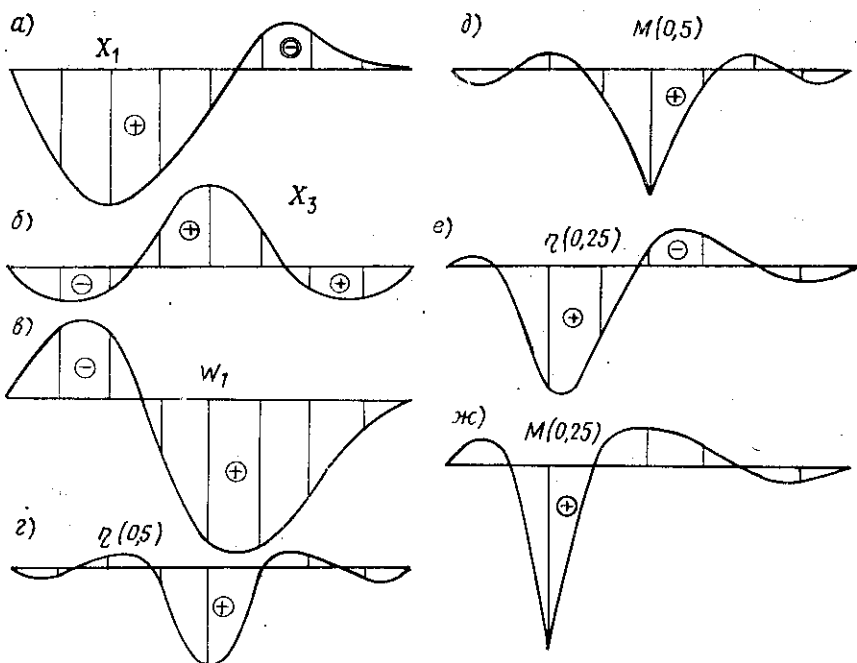


Рис. 20. Характер линий влияния двухкабельной системы со средней подвеской

a — распор в нижнем кабеле; *б* — усилие в средней подвеске; *в* — распор в верхнем левом кабеле; *г* — прогиб в середине пролета; *д* — изгибающий момент в среднем сечении; *е, ж* — прогиб и момент в четверти пролета

метров фермы при загрузении ее временной нагрузкой — внесением коррективов в стрелы провеса кабеля, что может дать поправки в результаты расчета на 5—10%.

На рис. 20 показан характерный вид линий влияния усилий и прогибов двухкабельных систем со средней подвеской¹.

6. Расчет жестких нитей в составе комбинированных систем

В комбинированных конструкциях жесткие нити можно применять в качестве верхнего пояса системы с балкой жесткости либо с гибкой аркой как основные несущие элементы, усиленные параболическим оттяжным тросом или пучками вант (рис. 21) [12, 55].

Применение жестких нитей может быть обусловлено конструктивными особенностями сооружения — использованием в качестве

¹ Коэффициенты для вычисления ординат линий влияния системы со средней подвеской приведены в брошюре Н. М. Кирсанова «Расчет однопролетных висячих мостов по линиям влияния». Дориздат, 1952. См. также указанную выше статью автора в сб. трудов ЦНИИСК, 1964.

материала несущих элементов прокатной стали или совмещением железобетонного предварительно напряженного настила с несущим кабелем системы, что характерно для некомбинированных висячих покрытий (пример — гараж в Красноярске [20]).

Нередко при анализе напряженного состояния несущего элемента, который был принят как гибкий, выявляется, что изгибные напряжения составляют в нем более 5% напряжений растяжения. По В. К. Качурину [16], такие элементы следует рассчитывать как жесткие [13].

Различают два способа формирования жестких нитей:

1) нить изготовляют из шарнирно-соединенных дисков и после передачи на нее постоянной нагрузки и предварительного напряжения оттяжных элементов шарниры замоноличивают. Таким образом, от действия постоянной нагрузки и предварительного напряжения в жесткой нити не возникает изгибных напряжений;

2) жесткую нить изготовляют прямолинейной без шарниров. При монтаже под действием постоянной нагрузки нить провисает и принимает заданное очертание.

Рассмотрим расчет жестких нитей, представляющих собой самостоятельную конструкцию или входящих в состав комбинированных систем.

Расчет жесткой нити, в которой начальная нагрузка не вызывает изгиба

а) Распор от постоянной нагрузки в такой нити определяется так же, как в гибкой нити, по формуле (2.1).

Дифференциальное уравнение равновесия пологой жесткой нити совпадает с уравнением висячих комбинированных конструкций (2.2), в котором

$$r = l \sqrt{\frac{H_q + H_p}{EI}}, \quad (3.105)$$

где l — длина пролета;

H_q, H_p — распоры от постоянной и временной нагрузок;

EI — изгибная жесткость, постоянная по длине пролета.

Расчет жесткой нити с помощью функций влияния выполняется так же, как расчет комбинированных конструкций: на первой ста-

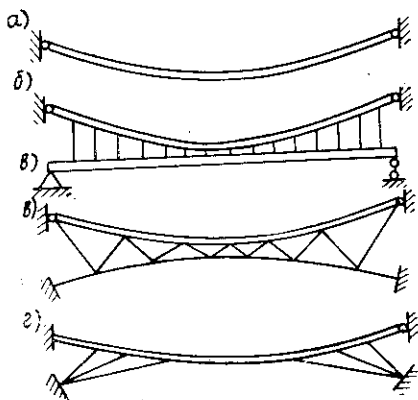


Рис. 21. Комбинированные системы с применением жестких нитей

а — одиночная нить; б — жесткая нить с балкой; в — жесткая нить, усиленная оттяжным кабелем; г — то же, вантами

дни расчета, используя метод последовательных приближений для определения распора от временной нагрузки, считаем, что элемент не работает на изгиб и не удлиняется, т. е. распор находим по формуле (2.1).

Затем определяем коэффициент деформативности для вычисления функции влияния Φ и производим первое уточнение значения распора от временной нагрузки:

$$H_p = \alpha \frac{\rho l^2}{8f}, \quad (3.106)$$

где

$$\alpha = \frac{\Phi_2(\xi)}{n_1 + \Phi_3}; \quad \xi \quad (3.107)$$

$\Phi_2(\xi)$, Φ_3 — см. приложение; n_1 — см. (3.7).

Полученное уточненное значение H_p подставляется в формулу (3.106), и цикл повторяется до получения заданной точности r (для достижения точности 1—2% достаточно двух приближений).

Затем по формулам главы II определяют прогибы, изгибающие моменты и поперечные силы.

б) При расчете комбинированной системы, в состав которой входят как жесткая нить, так и балка (см. рис. 21, б), методика расчета сохраняется, но принимается

$$r = l \sqrt{\frac{H_q + H_p}{EI + E_0 J_0}}, \quad (3.108)$$

где $E_0 J_0$ — изгибная жесткость нити;

EI — жесткость балки.

Изгибающие моменты, найденные для всего пролетного строения, распределяются между балкой и нитью прямо пропорционально жесткостям этих элементов.

в) Расчет сложных висячих систем, в которые входят жесткие нити, выполняется по методикам, изложенным для соответствующих систем с гибкими нитями, но учитывается изменение коэффициента деформативности, введенное в формулу (3.108).

Расчет жесткой нити, изогнутой под действием начальной нагрузки

а) Изгиб прямолинейного упругого элемента, неподвижно закрепленного по концам, описывается дифференциальным уравнением растянуто-изогнутого стержня, которое совпадает с уравнением висячих комбинированных систем. Интегрирование этого уравнения при шарнирном закреплении концов стержня и загрузении его

равномерной нагрузкой по всему пролету приводит к формулам

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= \frac{\rho l^4}{EI} \Phi_2(x); \quad E I y_0'' = \rho l^2 \Phi_2''(x); \\ y_0'' &= \frac{\rho l^3}{EI} \Phi_2'(x); \quad E I y_0''' = \rho l \Phi_2'''(x), \end{aligned} \right\} \quad (3.109)$$

где Φ_2 и ее производные по x — см. приложение.

Этими формулами описывается начальное очертание оси, которое принимает жесткая нить под действием равномерной постоянной нагрузки. В случае сложной начальной нагрузки функции Φ_2 в формулах (3.109) заменяются суммами функций, которые соответствуют характеру нагрузки.

Например, начальная нагрузка задана в виде равномерно распределенных нагрузок q_1 по всему пролету, q_2 — на участке от 0,25 l до 0,75 l и сосредоточенный груз Q_0 расположен в середине пролета. Функция Φ_2 в этом случае будет заменена на сумму

$$q_1 \Phi_2(x) + q_2 \int_{0,25}^{0,75} \Phi_1(x) dx + Q_0 \Phi_1(0,5, x),$$

где интеграл и функции Φ_1, Φ_2 определяются по формулам приложения.

Коэффициент деформативности, соответствующий начальным нагрузкам, обозначим

$$r_0 = \sqrt{\frac{H_0}{EI}}. \quad (3.110)$$

На первой стадии последовательного приближения распор определим в предположении, что стержень имеет распор, равный распору нерастяжимой гибкой нити:

$$H_0 = \frac{M_0}{f_0}, \quad (3.111)$$

где M_0 — балочный момент от начальной нагрузки;

f_0 — заданная стрела начального провеса.

Затем, пользуясь уравнением (3.111), путем последовательных приближений уточняем H_0 , а следовательно, r_0 .

Распор от временной нагрузки может быть найден по формуле (3.111), в которой функции Φ определяются в зависимости от полного значения r (3.108).

7. К расчету систем, состоящих из кабеля, балки и гибкой арки

Комбинированные конструкции, состоящие из балки и пологих распорных элементов — кабеля и гибкой арки [66] (рис. 22), могут быть рассчитаны с учетом геометрической нелинейности с помощью рассмотренной здесь методики.

Расчетные формулы принимаются в зависимости от знака при втором члене дифференциального уравнения (2.5), а именно в зависимости от знака суммы распоров:

а) $H_{ар} < H_q + H_{кр} + H_{п.н}$ — расчет производится по методике расчета висячих систем с использованием функций влияния растянуто-изогнутого стержня (см. приложение), где H_q , $H_{кр}$, $H_{п.н}$ — распоры в кабеле от постоянной и временной нагрузок и от предварительного напряжения системы «кабель — арка»;

$H_{ар}$ — распор в арке от временной нагрузки;

б) $H_{ар} > H_q + H_{кр} + H_{п.н}$ — рассчитывается как арочная система. В этом случае применяются функции влияния сжато-изогну-

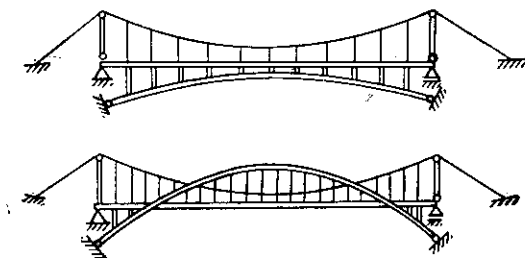


Рис. 22. Комбинированные системы, в состав которых входят кабель, балка и гибкая арка

того стержня. В отличие от функций, помещенных в приложении, эти функции, выведенные из уравнения (2.5) при $s^2 > 0$, содержат круговые тригонометрические функции (2.11), (2.20);

в) $H_{ар} = H_q + H_{кр} + H_{п.н}$ — расчет выполняется по методу отверждения без учета прогибов.

Сопоставляя величины коэффициентов деформативности, принимаемых при расчете обычных висячих или арочных конструкций с коэффициентом r данной смешанной комбинированной системы

$$r = l \sqrt{\frac{H_q + H_{кр} + H_{п.н} - H_{ар}}{EI + E_a I_a}}, \quad (3.112)$$

можно сделать вывод, что для смешанных конструкций учет геометрической нелинейности имеет меньшее значение, чем для висячей или арочной системы, так как коэффициент r здесь меньше, чем для обычных, несмешанных систем.

Отметим, что при учете геометрической нелинейности арочных систем прогибы и изгибающие моменты из расчета получаются больше, чем по методу отверждения. Поправки за счет нелинейности здесь небольшие — 10—15% (а в рассматриваемых комбинированных системах еще меньше), и, несмотря на это, учитывать нелинейность при расчете таких систем следует, так как такой расчет должен служить повышению надежности проектируемых сооружений. С расширением применения высокопрочных сталей, алюминиевых сплавов и пластмасс для возведения подобных сооружений необходимость в деформационном расчете будет возрастать.