Задача 8б. Найти точку M_1, симметричную точке $M(1,0,-2)$ относительно прямой $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-3}$.

Решение. Сначала составим уравнение плоскости α, проходящей через точку M перпендикулярно прямой l (рис. 6.9).

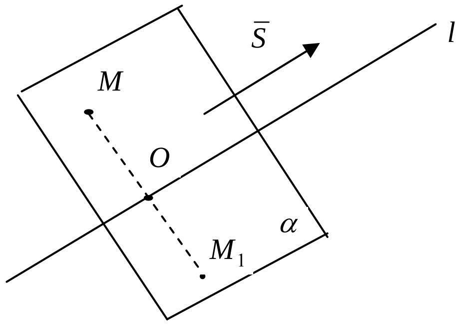

Рис. 6.9

Вектор нормали $\overline{N}$ к плоскости α совпадает с направляющим вектором $\overline{S}$ прямой l — $\overline{N} = \overline{S} = (1, 2, -3)$.

Тогда уравнение плоскости имеет вид: $1(x-1)+2(y-0)-3(z+2)=0$ или $x+2y-3z=7$.

Найдем координаты точки $O(x_0 y_0, z_0)$ пересечения прямой l и плоскости α так, как мы это делали в задаче 7.

Запишем параметрические уравнения прямой l:

$$\begin{cases} x = t+2, \\ y = 2t, \\ z = -3t-1, \end{cases} \qquad t \in R.$$

Подставим эти выражения в уравнение плоскости и найдем соответствующее значение параметра t_0:

$$t_0 + 2 + 2(2t_0) - 3(-3t_0 - 1) = 7 \quad \Rightarrow \quad t_0 = \frac{1}{7}.$$

Итак, точка O имеет координаты $O\left(\frac{15}{7}, \frac{2}{7}, -\frac{10}{7}\right)$.

Поскольку точка O является серединой отрезка MM_1,

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{x_M + x_{M_1}}{2}, \\ y_0 = \dfrac{y_M + y_{M_1}}{2}, \\ z_0 = \dfrac{z_M + z_{M_1}}{2}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{M_1} = 2x_0 - x_M, \\ y_{M_1} = 2y_0 - y_M, \\ z_{M_1} = 2z_0 - z_M, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{M_1} = \frac{30}{7} - 1 = \frac{23}{7}, \\ y_{M_1} = \frac{4}{7} - 0 = \frac{4}{7}, \\ z_{M_1} = -\frac{20}{7} + 2 = -\frac{6}{7}. \end{cases}$$

Ответ: точка M_1 имеет координаты $M_1\left(\frac{23}{7}, \frac{4}{7}, -\frac{6}{7}\right)$.