РАЗДЕЛ III

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Ниже приводятся формулы, которые можно использовать без вывода при решении задач.

1. Закон Кулона (сила F взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 — электрическая постоянная; r — расстояние между зарядами.

2. Линейная τ и поверхностная σ плотности заряда:

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \qquad \sigma = \frac{dQ}{dS}.$$

3. Напряженность электрического поля:

а) через величину пробного заряда q, внесенного в электрическое поле,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где F — сила, действующая на пробный заряд;

б) созданного точечным зарядом Q на расстоянии r от него

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2};$$

в) образованного заряженной бесконечной нитью на расстоянии r от нее

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где τ — линейная плотность заряда на нити;

г) образованного заряженной бесконечной протяженной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ — поверхностная плотность заряда;

д) образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

4. Связь между напряженностью электрического поля $\vec{E}$ и вектором электрического смещения (электрической индукцией) $\vec{D}$:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}.$$

5. Теорема Гаусса (поток вектора напряженности Φ_E электрического поля через замкнутую поверхность *S,* охватывающую заряды Q_i):

$$\Phi_E = \oint_S E \cdot \cos\alpha \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i.$$

6. Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W_П}{q},$$

где $W_П$ — потенциальная энергия пробного заряда *q,* внесенного в это поле.

7. Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q,

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

8. Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

а) $E = 0,\qquad \varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r < R$);

б) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2},\qquad \varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r = R$);

в) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},\qquad \varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ (при $r > R$);

где Q — заряд сферы.

9. Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i,$$

где $\vec{E}_i$, φ_i — напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемые зарядом.

10. Связь между напряженностью E и потенциалом φ электрического поля:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

в случае однородного поля (поля плоского конденсатора)

$$E = \frac{U}{d},$$

где U — разность потенциалов между пластинами.

11. Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами:

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0; \qquad d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где $\vec{r}_0$ — единичный вектор, направленный из точки, где находится заряд dQ, в рассматриваемую точку поля.

12. Работа перемещения заряда q в электрическом поле

$$A = q\int_1^2 E_n dr = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

13. Энергия взаимодействия W системы точечных зарядов Q_1, Q_2 … Q_n:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i,$$

здесь φ_i — потенциал поля, создаваемого всеми $(n-1)$ зарядами (за исключением $i-$го), где расположен заряд Q_i.

14. Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |Q|\vec{l},$$

где $\vec{l}$ — плечо диполя.

15. Электрическая емкость уединенного проводника и конденсатора:

$$C = \frac{Q}{\varphi}; \qquad c = \frac{|Q|}{U},$$

где Q — заряд, сообщенный проводнику (пластине конденсатора); φ — потенциал проводника; U — разность потенциалов пластин конденсатора.

16. Электрическая емкость:

а) уединенной проводящей сферы радиуса R

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R;$$

б) плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

где S — площадь одной пластины; d — расстояние между пластинами.

17. Энергия заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2},$$

где C — емкость проводника; φ — потенциал проводника; $\varphi_\infty = 0$.

18. Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{Cu^2}{2},$$

где u — разность потенциалов на пластинах конденсатора.

19. Емкость системы конденсаторов:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n,$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}.$$

20. Сила и плотность электрического тока:

$$I = \frac{dQ}{dt}; \qquad j = \frac{dI}{dS},$$

где dQ — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время dt.

21. Сопротивление R и проводимость G проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad G = \gamma \frac{S}{l},$$

где ρ — удельное сопротивление; l — длина проводника; γ — удельная проводимость; S — площадь поперечного сечения проводника.

22. Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$ — при последовательном соединении;

б) $\dfrac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{R_i}$ — при параллельном соединении, где R_i — сопротивление i-го проводника.

23. Закон Ома:

а) $I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \dfrac{U}{R}$ — для участка цепи, не содержащего ЭДС, где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R — сопротивление участка;

б) $I = \dfrac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R}$ для участка цепи, содержащего ЭДС,

где ε_{12} — ЭДС источника тока; R — полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$ для полной (замкнутой) цепи, где R — внешнее сопротивление цепи; r — внутреннее сопротивление цепи.

24. Законы Кирхгофа:

а) $\sum I_i = 0$ — первый закон;

б) $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$ — второй закон,

где $\sum I_i$ — алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum I_i R_i$ — алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков; $\sum \varepsilon_i$ — алгебраическая сумма ЭДС.

25. Закон Джоуля—Ленца (количество тепла Q, выделившегося на сопротивлении R за время t при прохождении через него электрического тока):

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} t$$

26. Полная мощность, развиваемая источником,

$$P = I \cdot \varepsilon .$$

27. Полезная мощность P_R, выделяемая на внешнем сопротивлении R,

$$P_R = IU = I^2 R.$$

28. КПД источника тока
$$\eta = \frac{P_R}{P}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Два точечных заряда $9Q$ и $—Q$ закреплены на расстоянии l=50 см друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q_1, при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_1 равновесие будет устойчивым?

$9Q$
$—Q$
$l = 50 см = 0{,}5 м$

$x - ?$

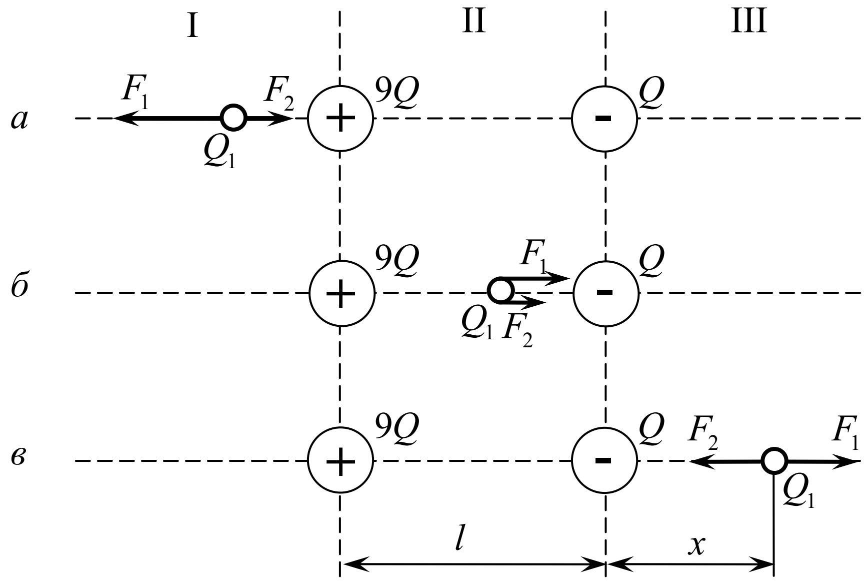


Рис. 1

Р е ш е н и е . Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков-*I, II, III* (рис. 1) может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд Q_1 — положительный.

На участке *I* (рис. 1,а) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы: F_1 и F_2. Сила F_1, действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка больше силы F_2, действующей со стороны заряда — Q, так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1, чем меньший (по модулю) заряд —Q. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке *II* (рис. 1,б) обе силы F_1 и F_2 направлены в одну сторону — к заряду —Q. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке *III* (рис. 1,в) силы F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, так же, как и на участке *I*, но в отличие от него меньший заряд —Q всегда находится ближе к заряду Q_1, чем больший заряд $9Q$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы F_1 и F_2 будут одинаковы по модулю, т. е.

$$F_1 = F_2. \qquad (1)$$

Пусть x и $l + x$ — расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1. Выражая в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим:

$$\frac{9Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0 (l + x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2},$$

или

$$l + x = \pm 3x,$$

откуда

$$x_1 = +\frac{l}{2}, \qquad x_2 = -\frac{l}{4}.$$

Корень x_2 не удовлетворяет физическому смыслу задачи (в этой точке силы F_1 и F_2 хотя и равны по модулю, но сонаправлены).

Определим знак заряда Q_1, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q в двух случаях: когда заряд положителен и отрицателен.

Если заряд Q положителен, то при смещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают. Так как сила F_1 возрастает медленнее, то результирующая сила, действующая на заряд Q_1, будет направлена в ту же сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. Под действием этой силы заряд Q_1 будет удаляться от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила F_2 убывает быстрее, чем сила F_1. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т. е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие будет неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1, и F_2, но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2, т.е. $|F_2| > |F_1|$; результирующая сила будет направлена вправо, под ее действием заряд Q_1, возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1, т.е. $|F_1| > |F_2|$, результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 несущественна.

Ответ: равновесие будет устойчивым, если заряд Q_1 будет отрицательным и находится на расстоянии x=0,25 м от заряда Q.

Пример 2. Два точечных электрических заряда Q_1 = 1 нКл и Q_2= —2 нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке *A*, удаленной от заряда Q_1 на расстояние r_1=9 см и от заряда Q_2 на расстояние $r_2 = 7 см$.

$Q_1 = 1\,нКл = 1 \cdot 10^{-9}\,Кл$

$Q_2 = -2\,нКл = -2 \cdot 10^{-9}\,Кл$

d =10 см = 0,1 м

ε =1

r_1 = 9см = 0,09 м

r_1 = 7 см = 0,07 м

ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф/м

$\vec{E} - ?$ $\varphi - ?$

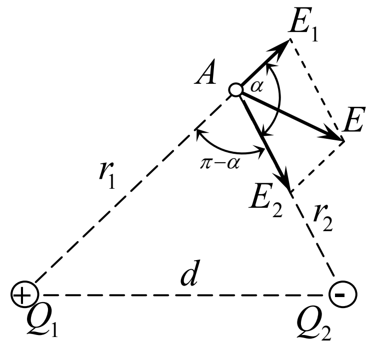


Рис. 2

Р е ш е н и е . Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\varepsilon = 1$) зарядами Q_1 и Q_2:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 2) направлен по силовой линии от заряда Q_1, так как этот заряд положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, то к заряду Q_2, так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \qquad (3)$$

где α — угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{0,1^2 - 0,09^2 - 0,07^2}{2\cdot 0,09\cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражения E_1 из уравнения (1) и E_2 из уравнений (2) в (3) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}. \tag{4}$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \tag{5}$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{6}$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получим:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Произведем проверку единиц измерения:

$$[E] = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{Q_1 Q_2}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\right] =$$

$$= \frac{1}{Ф / м}\sqrt{\frac{Кл^2}{м^4}} = \frac{Кл \cdot м}{Ф \cdot м^2} = \frac{Кл \cdot В}{Кл \cdot м} = \frac{В}{м};$$

$$[\varphi] = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right)\right] = \frac{1}{Ф / м} \cdot \frac{Кл}{м} = \frac{Кл \cdot В}{Ф \cdot м} = \frac{Кл \cdot В}{Кл} = В.$$

Произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{0,09^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{0,07^4} + 2\frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0,09^4 \cdot 0,07^4}(-0,238)} =$$

$$= 3,58 \cdot 10^3\, В / м;$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07}\right) = -157\text{В}.$$

Ответ: напряженность и потенциал в точке *A* соответственно равны:

$E = 3,58 \cdot 10^3$ В/м, $\varphi = -157$ В.

Пример 3. На тонком стержне длиной $l = 20$ см находится равномерно распределенный электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд Q_1=40 нКл, который взаимодействует со стержнем с силой F=6 мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

$l = 20\,\text{см} = 0{,}2$ м
$a = 10\,\text{см} = 0{,}1\,\text{м}$
$Q_1 = 40\,\text{нКл} = 4\cdot10^{-8}$ Кл
$F = 6$ мкН $= 6\cdot10^{-6}$ Н
$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\,Ф/м$

$\tau - ?$

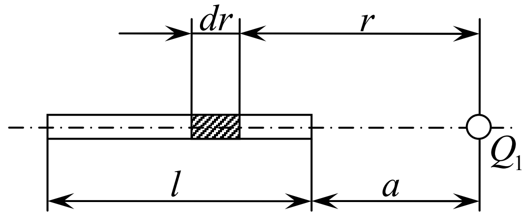


Рис. 3

Р е ш е н и е . Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом Q_1 зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ. При вычислении силы F следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным, поэтому закон Кулона непосредственно применить нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом. Выделим из стержня (рис. 3) малый участок dr с зарядом $dQ = \tau dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда, согласно закону Кулона:

$$dF = \frac{Q_1 \tau dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $a + l$, получаем:

$$F = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{Q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)},$$

откуда

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1\cdot l}.$$

Проведем проверку единиц измерения:

$$[\tau] = \left[\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}\right] = \frac{Ф/м\cdot м\cdot м\cdot Н}{Кл\cdot м} = \frac{Кл\cdot Н}{В\cdot Кл} = \frac{Н}{В} =$$

$$= \frac{Н\cdot Кл}{Дж} = \frac{Н\cdot Кл}{Н\cdot м} = \frac{Кл}{м}.$$

Произведем вычисления:

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l} = \frac{0{,}1(0{,}1+0{,}2)6\cdot10^{-6}}{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-8}\cdot0{,}2} = 2{,}5\cdot10^{-9}\,Кл/м.$$

Ответ: линейная плотность заряда на стержне

$$\tau = 2{,}5\cdot10^{-9}\,\text{Кл/м}.$$

Пример 4. Заряд $q=1\cdot10^{-9}$ Кл переносится из бесконечности в точку, находящуюся и а расстоянии $r=1$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R=9$ см. Поверхностная плотность положительного заряда $\sigma=10^{-4}$ Кл/м^2. Определить совершаемую при этом работу.

$q=1\cdot10^{-9}$ Кл
$r=1$ см $=0{,}01$ м
$R=9$ см $=0{,}09$ м
$\sigma=1\cdot10^{-4}$ Кл/м^2
$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф / *м*

$A-?$

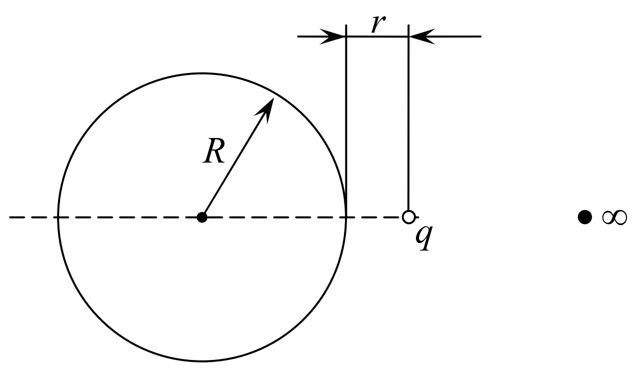


Рис. 4

Р е ш е н и е . Работа внешней силы A по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в другую точку с потенциалом φ_2 равна по абсолютной величине, но противоположна по знаку работе A' сил поля по перемещению заряда между этими точками поля, т.е. $A=-A'$. Работа сил электрического поля определяется по формуле $A'=q(\varphi_1-\varphi_2)$. Тогда

$$A=q(\varphi_2-\varphi_1) \tag{1}$$

где φ_1 — потенциал в начальной точке; φ_2 — потенциал в конечной точке.

Потенциал, создаваемый заряженным шаром радиусом R в точке на расстоянии r от его поверхности, определяется по формуле

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0(R+r)}, \tag{2}$$

где $Q=\sigma4\pi R^2$ — заряд шара.

Потенциал φ_1 в бесконечно удаленной точке (при $r=\infty$) будет равен нулю. Потенциал φ_2 из формулы (2) подставим в формулу (1) и после преобразований получим:

$$A=\frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R+r)}.$$

Проверим единицы измерения:

$$A = \left[\frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (R+r)} \right] = \frac{Кл \cdot Кл / м^2 \cdot м^2}{Ф / м \cdot м} = \frac{Кл \cdot Кл}{Ф} = \frac{Кл \cdot Кл \cdot В}{Кл} = Дж.$$

Расчет:

$$A = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (R+r)} = \frac{1 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09^2}{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} (0{,}09 + 0{,}01)} = 9{,}2 \cdot 10^{-4}\,\text{Дж}.$$

Ответ: работа по перемещению заряда из бесконечности в данную точку поля равна $A = 9{,}2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Пример 5. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d_0 = 1$см, приложена разность потенциалов $U_1 = 200$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная стеклянная пластина ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 9$ мм. Конденсатор отключают от источника напряжения и после этого вынимают пластину. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора. Во сколько раз изменится энергия конденсатора?

$d_0 = 1$ см $= 0{,}01$ м

$d_1 = 9$ мм $= 9 \cdot 10^{-3}$ м

$u_1 = 200$ В

$\varepsilon_1 = 7$

$\varepsilon_2 = 1$

$u_2 - ?$ $\quad \dfrac{W_2}{W_1} - ?$

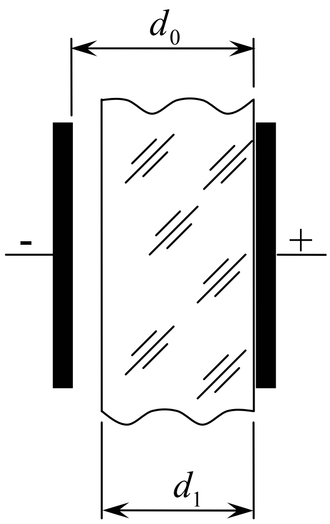


Рис. 5

Р е ш е н и е . Разность потенциалов между пластинами конденсатора в случае отключения его от источника напряжения находится из условия, что заряд на его пластинах остается неизменным, т. е.

$$C_1 u_1 = C_2 u_2 \tag{1}$$

где C_1 и C_2 — емкости конденсатора; u_1 и u_2 — разности потенциалов.

В условиях данной задачи конденсатор вначале является слоистым и его емкость C_1 находится по формуле, используемой для определения емкости батареи последовательно соединенных конденсаторов :

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_0 - d_1}{\varepsilon_2}}, \tag{2}$$

где S — площадь пластин; ε_1 и ε_2 — диэлектрические проницаемости стекла и воздуха; d_1 — толщина стеклянной пластины; d_0 — зазор между пластинами.

После удаления стеклянной пластины из зазора конденсатор становится простейшим плоским конденсатором с емкостью

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_0}. \tag{3}$$

Разность потенциалов u_2 которая устанавливается после удаления из зазора стеклянной пластины, определим из формулы (1), подставляя в нее формулы (2) и (3) и производя соответствующие преобразования:

$$u_2 = \frac{C_1}{C_2} u_1 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} u_1. \tag{4}$$

Энергия конденсатора

$$W = \frac{Cu^2}{2}.$$

Изменение энергии конденсатора найдем, узнав отношение энергии конденсаторов:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 u_2^2}{C_1 u_1^2}. \tag{5}$$

Это отношение можно определять двумя способами:

1. Если подставить выражения для входящих в отношение (5) величин, то после преобразований и вычислений получим:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1}.$$

2. Отношение (5) можно представить в виде

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 u_2 u_2}{C_1 u_1 u_1}.$$

Так как по условию $C_1 u_1 = C_2 u_2$, то

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{u_2}{u_1}.$$

Делаем проверку единиц измерения:

$$[u_2] = \left[\frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1}\right] = \frac{м}{м} B = B.$$

Расчет:

$$u_2 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} u_1 = \frac{7 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^{-3} \cdot 1 + (1 \cdot 10^{-2} - 9 \cdot 10^{-3}) \cdot 7} \times$$
$$\times 200 = 976\text{В}.$$
$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{976}{200} = 4{,}38.$$

Ответ: после выемки стеклянной пластины разность потенциалов между пластинами конденсатора станет равной 976 В, а энергия увеличится в 4,38 раза.

Пример 6. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи, питаемой от батареи с ЭДС 12 В, если наибольшая сила тока, которую может дать батарея, равна $I_{max} = 5$ А.

$\varepsilon = 12$ В
$I_{max} = 5$ А

$P_{max} - ?$

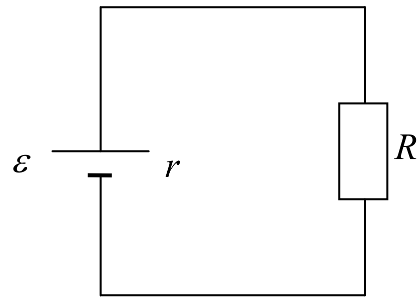


Рис. 6

Решение. Используем закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{1}$$

где R — сопротивление внешней цепи; r — внутреннее сопротивление источника тока.

Мощность P, выделяемая во внешней цепи, определяется по формуле $P = I^2 R$. Преобразуем это выражение, используя формулу (1):

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \tag{2}$$

Таким образом, мощность зависит от внешнего сопротивления цепи R. Мощность будет максимальной при таком значении R, при котором первая производная $\frac{dP}{dR}$ обращается в нуль.

Возьмем первую производную:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (r^2 - R^2)}{(R + r)^4}. \tag{3}$$

Из уравнения (3) видно, что $\frac{dP}{dR}=0$ при $R=r$. Определим r. Максимальный ток возникает при коротком замыкании цепи, т.е. когда внешнее сопротивление $R=0$. Исходя из этого, $I_{\max}=\frac{\varepsilon}{r}$, откуда $r=\frac{\varepsilon}{I_{\max}}$, значит

$$R=\frac{\varepsilon}{I_{\max}}. \tag{4}$$

Подставив уравнение (4) в уравнение (2) и выполнив преобразования, получим:

$$P_{\max}=\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}. \tag{5}$$

Проверка единиц измерения:

$$\left[P_{\max}\right]=\left[\frac{EI_{\max}}{4}\right]=\text{ВА}=\text{Вт}.$$

Расчет:

$$P_{\max}=\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}=\frac{12\cdot 5}{4}=15\ \text{Вт}.$$

Ответ: максимальная мощность, выделяемая во внешней цепи, равна $P_{\max}=15\,\text{Вт}$.

Пример 7. Три источника тока с электродвижущими силами $\varepsilon_1=2{,}5$ В; $\varepsilon_2=2$ В; $\varepsilon_3=1{,}5$ В и сопротивлениями $R_1=2$ Ом; $R_2=3$ Ом и $R_3=0{,}8$ Ом соединены, как показано на рис. 7. Определить токи в сопротивлениях. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

$\varepsilon_1 = 2{,}5$ В
$\varepsilon_2 = 2$ В
$\varepsilon_3 = 15$ В
$R_1 = 2$ Ом
$R_2 = 3$ Ом
$R_3 = 8$ Ом

$I_1 = ?\ I_2 = ?\ I_3 = ?$

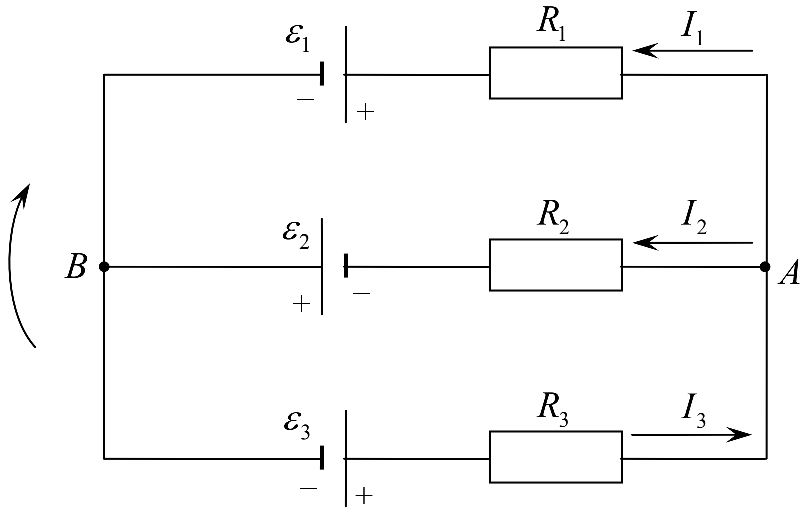


Рис. 7

Р е ш е н и е . Для решения задачи применим правила Кирхгофа. Для этого на чертеже укажем направление протекания токов I_1, I_2, I_3 и направление обхода контуров.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0.$$

При этом токи, подходящие к узлу, считаются положительными, а токи, отходящие от узла, — отрицательными. Для узла A (см. рис. 7) имеем:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0. \quad (1)$$

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре.

При этом, если токи по направлению совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными, а несовпадающие — отрицательными.

ЭДС источника берется со знаком «плюс», если при выбранном обходе контура осуществляется переход внутри источника от отрицательного полюса к положительному, в противном случае ЭДС берется со знаком «минус».

По второму правилу Кирхгофа для контура $A\varepsilon_2 B\varepsilon_1 A$ имеем:

$$I_2R_2 - I_1R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \tag{2}$$

для контура $A\varepsilon_3 B\varepsilon_2 A$:

$$-I_3R_3 - I_2R_2 = -\varepsilon_3 - \varepsilon_2; \tag{3}$$

для контура $A\varepsilon_3 B\varepsilon_1 A$:

$$-I_3R_3 - I_1R_1 = -\varepsilon_3 + \varepsilon_1; \tag{4}$$

Преобразуем формулы (1), (2), (3), подставляя в них численные значения ЭДС и сопротивлений, взятые из условия задачи:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0; \tag{5}$$
$$3I_2 - 2I_1 = 4,5; \tag{6}$$
$$0,8I_3 + 3I_2 = 3,5. \tag{7}$$

Из уравнения (5) находим I_3 и подставляем в уравнение (7):

$$I_3 = I_1 + I_2; \qquad 0,8(I_1 + I_2) + 3I_2 = 3,5.$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 3I_2 - 2I_1 = 4,5 \\ 3,8I_2 + 0,8I_1 = 3,5 \end{cases} \qquad I_2 = 1,06\,\text{А}$$

Значение I_2 подставим во второе уравнение системы и найдем значение I_1:

$$3 \cdot 1{,}06 - 2I_1 = 4{,}5, \qquad -2I_1 = -1{,}32, \qquad I_1 = -0{,}66\,\text{А}.$$

Найдем значение I_3, подставляя значение I_2 в уравнение (7):

$$0{,}8I_3 + 3 \cdot 1{,}06 = 3{,}5, \qquad 0{,}8I_3 = 0{,}32, \qquad I_3 = 0{,}4\,\text{А}.$$

Проверяем решение по первому правилу Кирхгофа:
при

$$I_1 = -0{,}66\,\text{А}, \qquad I_2 = 1{,}06\,\text{А}, \qquad I_3 = 0{,}4\,\text{А} \text{ получим}$$
$$-0{,}66+1{,}06-0{,}4 = 0.$$

Знак «минус» перед значением тока I_1 показывает, что этот ток направлен в сторону, противоположную указанной на чертеже.

Пример 8. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6\,\text{А}$ (рис. 8). Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за вторую секунду.

$R = 20\,\text{Ом}$
$\Delta t = 2\,\text{с}$
$I_0 = 0$
$I = 6\ \text{А}$

$Q - ?$

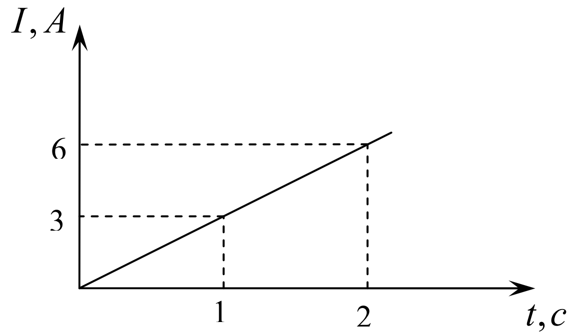


Рис. 8

Р е ш е н и е . Закон Джоуля—Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt. \tag{1}$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае

$$I = kt, \tag{2}$$

где k — коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \Delta I / \Delta t = 6/2 = 3 \text{ А/с}.$$

С учетом формулы (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \tag{3}$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Проверка единиц измерения:

$$[Q] = \left[\frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3) \right] = \text{А}^2/\text{с}^2 \text{Ом} \times \text{с}^3 = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = \text{Дж}.$$

Расчет:

$$Q = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3) = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20(8 - 1) = 420 \text{Дж}.$$

Ответ: за вторую секунду в проводнике выделится теплоты 420 Дж.

Таблица вариантов к контрольной работе №3

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
1	301	316	331	346	361	376
2	302	317	332	347	362	377
3	303	318	333	348	363	378
4	304	319	334	349	364	379
5	305	320	335	350	365	380
6	306	321	336	351	366	381
7	307	322	337	352	367	382
8	308	323	338	353	368	383
9	309	324	339	354	369	384
10	310	325	340	355	370	385
11	311	326	341	356	371	386
12	312	327	342	357	372	387
13	313	328	343	358	373	388
14	314	329	344	359	374	389
15	315	330	345	360	375	390

Темы задач. Первая задача в каждом варианте — взаимодействие точечных зарядов, закон. Кулона. Вторая задача — напряженность поля, теорема Гаусса, распределенные заряды. Третья задача — потенциал, разность потенциалов и потенциальная энергия заряда; связь потенциала и напряженности. Четвертая задача — электроемкость, конденсаторы, энергия заряженного проводника и конденсатора. Пятая задача — основные законы постоянного тока, работа и мощность тока, КПД источника. Шестая задача — закон Джоуля—Ленца, правила Кирхгофа.

301. На расстоянии $l = 12$ см друг от друга расположены два тела с положительными зарядами $Q_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ Кл и $Q_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл. На каком расстоянии от тела с меньшим зарядом помещен пробный точечный заряд, если он находится в равновесии?

302. Шары массами $m_1 = 10$ г и $m_2 = 1$ г заряжены. Заряд первого шара равен $Q_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ Кл, заряд второго надо определить. Известно, что сила их кулоновского отталкивания уравновешивается силой ньютоновского притяжения.

303. Два точечных заряда находятся в воде на некотором расстоянии друг от друга, взаимодействуя с некоторой силой. Во сколько раз необходимо изменить расстояние между ними, чтобы они взаимодействовали с такой же силой в воздухе?

304. В вершинах треугольника со сторонами $a = 2 \cdot 10^{-2}$ м находятся равные заряды $Q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти равнодействующую сил, действующих на четвертый заряд $Q_4 = 10^{-9}$ Кл, помещенный на середину стороны треугольника. Как изменится равнодействующая, если заряд поместить на середину другой стороны треугольника?

305. Два заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии $r_1 = 2,2 \cdot 10^{-2}$ м с такой же силой, как и в трансформаторном масле на расстоянии $r_2 = 1,48$ см. Какова диэлектрическая проницаемость трансформаторного масла?

306. Два шарика массами по $m = 0,5$ г подвешены на шелковых нитях длиной $l = 1$ м в одной точке. При сообщении шарикам зарядов они разошлись на $r = 4$ см. Определить заряд каждого шарика и силу их электростатического отталкивания.

307. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда: $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу F, действующую на заряд $Q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

308. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

309. Два шарика массой $m = 0,1$г каждый подвешены в одной точке на нитях длиной $l = 20$см каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол $\alpha = 60^o$. Найти заряд каждого шарика.

310. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным 98 мН? Расстояние от точки подвеса до центра шарика $l = 10$см. Масса каждого шарика $m = 5$г.

311. В вершинах правильного треугольника со сторонами $a = 10$ см находятся заряды $Q_1 = 10$ мкКл, $Q_2 = 20$ мкКл и $Q_3 = 30$ мкКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

312. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q = 0,3$ нКл каждый. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

313. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 60$см. Сила отталкивания $\vec{F}_1$ шаров равна $70 \cdot 10^{-6}$ Н. После того, как шары привели в соприкосновении и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $\vec{F}_2 = 1,6 \cdot 10^{-4}$ Н. Вычислить заряды Q_1 и Q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

314. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 30$см. Сила притяжения $\vec{F}_1$ шаров равна 90мкН. После того, как шары привели в соприкосновении и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $\vec{F}_2 = 160$мкН. Вычислить заряды Q_1 и Q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

315. На шелковых нитях длиной $l = 1$м висят, соприкасаясь друг с другом, два шарика малого диаметра; масса шариков по $m = 1$г каждый. На какое расстояние разойдутся шарики, если каждому из них сообщить заряд $Q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл? Принять $g = 10$м/с^2.

316. Расстояние d между двумя точечными зарядами Q_1= +8нКл и Q_2=-5,3нКл равно 40см. Вычислить напряженность E поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему будет равна напряженность, если второй заряд будет положительным?

317. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 10$ нКл и $Q_2 = -20$ нКл. Расстояние между зарядами $d = 0,2$ м. Определить напряженность электрического поля в точке находящейся на расстоянии $r_1 = 0,4$ м от первого и $r_2 = 0,5$ м от второго заряда.

318. В трех вершинах квадрата со стороной $a = 0,4$ м находятся одинаковые, положительные заряды по $Q = 5 \cdot 10^{-9}$ каждый. Найти напряженность поля в четвертой вершине.

319. Два точечных заряда $Q_1 = 2Q$ и $Q_2 = -Q$ находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность E поля в которой равна нулю.

320. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

321. Тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд (τ=2 мкКл/м). Вблизи средней части нити на расстоянии r=1 см, малом по сравнению с ее длиной, находится точечный заряд $q = 0,1$ мкКл. Определить силу, действующую на заряд.

322. Расстояние между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, *d=16*см. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью τ=150 нКл/м. Какова напряженность поля в точке, удаленной на *d=10*см как от первой, так и от второй проволоки?

323. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность E поля на расстоянии $a = 0,5$ м от проволоки против ее середины равна 200В/м.

324. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределенный по площади заряд (σ=1 нКл/м^2). Определить напряженность поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин.

325. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями σ_1=1 нКл/м^2 и σ_2=3 нКл/м^2. Определить напряженность поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин.

326. На отрезке тонкого прямого проводника длиной $l=10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ=3мКл/м. Вычислить напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r=5$ см от стержня против его середины.

327. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями σ_1=2 нКл/м^2 и σ_2=-5 нКл/м^2. Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинами.

328. Точечный заряд Q=1мкКл находится вблизи большой равномерно заряженной пластины против ее середины. Вычислить поверхностную плотность σ заряда пластины, если на точечный заряд действует сила $F=0,06$ Н.

329. Бесконечная плоскость несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ=1 нКл/м^2. На некотором расстоянии от плоскости параллельно ей расположен круг радиусом r=10см. Вычислить поток Φ_E вектора напряженности через этот круг.

330. Прямоугольная, плоская площадка со сторонами, длины a и b которых равны 3 и 2 см соответственно, находится на расстоянии R=1м от точечного заряда Q=1мкКл. Площадка ориентирована так, что линии напряженности составляют угол $\alpha=30^o$ с ее поверхностью. Найти поток Φ_E вектора напряженности через площадку.

331. На окружности радиусом *R*=2см на одинаковом расстоянии расположены электрические заряды $Q_1=4,8\cdot10^{-7}$ Кл, $Q_2=Q_3=1,6\cdot10^{-7}$ Кл, $Q_4=-1,6\cdot10^{-7}$ Кл. Определить потенциал электрического поля, образованного всеми зарядами в центре окружности.

332. Два точечных электрических заряда $Q_1=2,64\cdot10^{-8}$ Кл и $Q_2=3,3\cdot10^{-9}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 0,6 м один от другого. Какую работу следует совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния 25 см?

333. Определить потенциал электрического поля в точке, удаленной от зарядов $Q_1=-0,2$ мкКл и $Q_2=0,5$ мкКл соответственно на расстояния r_1=15 см и r_2=25 см.

334. На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью 10^8 см/с?

335. Шарик массой m=1 г и зарядом $q = 1 \cdot 10^{-3}$ Кл перемещается из точки *A*, потенциал которой φ_A=600 В, в точку *B*, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке *A*, если в точке В она стала равной V_B= 20 см/с?

336. Бесконечная, длинная тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью τ=0,01 мкКл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, удаленных от нити на расстояния $r_1 = 2$ см и $r_2 = 4$ см.

337. Вычислить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов $Q_1 = 100$ нКл и $Q_2 = 10$ нКл, находящихся на расстоянии r =10см друг от друга.

338. Металлический шарик диаметром *d=2* см заряжен отрицательно до потенциала φ=150В. Сколько электронов находится на поверхности шара?

339. Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала φ=20В, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал образовавшейся капли?

340. На расстоянии r_1 =*4*см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0,67 \cdot 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается до расстояния $r_2 = 2$ см, при этом совершается работа $A = 5 \cdot 10^6$ Дж. Найти максимальную плотность заряда нити.

341. Какова потенциальная энергия П системы четырех одинаковых точечных зарядов Q_1=10нКл, Q_2=20нКл и Q_3=-30нКл, расположенных в вершинах квадрата со стороны длиной $a = 10$ см.

342. Тонкий стержень длиной l=10см несет равномерно распределенный заряд Q=1нКл. Определить потенциал φ электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего его конца.

343. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии d =0,5см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1=0,2 мкКл/м^2 и σ_2=-0,3 мкКл/м^2. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

344. Напряженность E однородного электрического поля в некоторой точке равна 600В/м. Вычислить разность потенциалов U между этой точкой и другой, лежащей на прямой, составляющей угол $\alpha = 60^o$ с направлением вектора напряженности. Расстояние Δr=1мм.

345. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ кВ, приобрела скорость $v = 5,4 \cdot 10^6$ м/с. Определить удельный заряд частицы (отношение зарядов в массе).

346. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна $u = 90$ В. Площадь каждой пластины S=60см^2, заряд $Q = 10^{-9}$ Кл. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

347. Два металлических шара радиусами R_1=2см и R_2=6 см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд Q=1нКл. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.

348. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью C=100 пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$.

349. К плоскому воздушному конденсатору, площадь пластин которого S = 60 см^2, приложено напряжение U=90 В, при этом заряд конденсатора оказался равным $Q = 10^{-9}$ Кл. Определить емкость конденсатора, энергию, запасенную в нем, и расстояние между пластинами.

350. Между пластинами плоского конденсатора расстояние d_1=*2* см, разность потенциалов $u_1 = 300$ В. Как изменится разность потенциалов, если пластины раздвинуть до расстояния d_2=6 см (поле считать однородным)?

351. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 200 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов $u = 2$ кВ. Расстояние между пластинами d=*2* см; диэлектрик—стекло имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 7$. Определить энергию поля конденсатора и плотность энергии поля.

352. Шар радиусом R_1=6см заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300$ В, а шар радиусом R_2=4 см – до потенциала φ_2=500В. Определить потенциал φ шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

353. Плоский воздушный конденсатор емкостью С=$1{,}1 \cdot 10^{-8}$ Ф заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi$=300 В. После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвигания; 2) работу внешних сил по раздвиганию пластин.

354. Вычислить энергию электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд Q=100 нКл, если диаметр шара $\sigma = 8{,}35 \cdot 10^{-6}$ D=20 см.

355. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом V=20 см^3 заполнено диэлектриком (ε=5). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma = 8{,}35 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить против сил электрического поля, если удаление диэлектрика производится после отключения источника напряжения?

356. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 0{,}2$ мкКл/м^2. Расстояние d между пластинами равно 1мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм?

357. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной d=1см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

358. Два конденсатора электроемкостями C_1=3мкФ и C_2=6мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС ε=120В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

359. Электроемкость C плоского конденсатора равна 1,5 мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Какова будет электроемкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной d_1=3мм?

360. Конденсатор электроемкостью C_1=0,2мкФ был заряжен до разности потенциалов U_1=320В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов U_2=450 В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

361. Определить плотность тока в железном проводе длиной $l = 20$ м, если провод находится под напряжением *U=12* В. Удельное сопротивление железа $\rho = 9,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

362. Участок электрической цепи составлен из трех кусков провода одинаковой длины, изготовленных из одного и того же материала, соединенных последовательно. Сечения кусков провода равны $S_1 = 1$ мм^2, $S_2 = 2$ мм^2, S_3=3 мм^2. Разность потенциалов на концах участка *u=12* В. Найти разность потенциалов на каждом куске провода.

363. Аккумуляторная батарея, замкнутая на реостат сопротивлением R=20Ом, создает в нем ток I_1=l,170 А, Если сопротивление реостата увеличить в три раза, то ток станет равным I_2=0,397 А. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника, а также силу тока короткого замыкания.

364. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. ЭДС каждого элемента $\varepsilon = 1,2$ В, внутреннее сопротивление r=0,2 Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление R=1,5 Ом. Найти силу тока во внешней цепи.

365. Какое сопротивление R нужно подключить к $n = 10$ одинаковым последовательно соединенным источникам с внутренним сопротивлением r=0,5 Ом, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальной?

366. Источник постоянного тока с ЭДС ε=120 В и внутренним сопротивлением r=5 Ом включен в цепь. Какую наибольшую мощность может развить источник во внешней части цепи? При каком сопротивлении внешней части цепи это происходит? Чему равен КПД источника в этом случае?

367. Определить число электронов, проходящих за время t=1с через поперечное сечение площадью *S=1*мм^2 железной проволоки с удельным сопротивлением $\rho = 9{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, длиной l=20 м при напряжении на ее концах U=16 В.

368. ЭДС батареи ε=12 В. При силе тока I=4 А КПД батареи η=0,6. Определить внутреннее сопротивление батареи.

369. Какое наименьшее число N одинаковых источников питания с ЭДС ε=1В и внутренним сопротивлением r=1Ом необходимо взять, чтобы на внешнем сопротивлении R=10 Ом выделялась максимальная мощность? Максимальная сила тока $I_{\max}$=2А.

370. ЭДС батареи ε=16 В, внутреннее сопротивление r=3 Ом. Найти сопротивление внешней цепи, если известно, что в ней выделяется мощность N=*16* Вт. Определить КПД батареи.

371. Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до I=0,5 А. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно 0,02 Ом и сопротивление $R_ш$ шунта равно 5мОм?

372. К источнику тока с ЭДС ε=1,5 В присоединили катушку с сопротивлением R=0,1 Ом. Амперметр показал силу тока, равную I_1=0,5А. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока I в той же катушке оказалась равной 0,4А. Определить внутренние сопротивления r_1 и r_2 первого и второго источников тока.

373. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность P=120 Вт. Найти силу тока I в цепи.

374. При силе тока I_1=3 А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность P_1=18 Вт, при силе тока I_2=1 А – соответственно P_2=10 Вт. Определить ЭДС ε и внутреннее сопротивление r батареи.

375. К батарее аккумуляторов, ЭДС ε которой равна 2В и внутреннее сопротивление r=0,5 Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P, которая при этом выделяется в проводнике.

376. Сила тока в проводнике сопротивлением R=20 Ом нарастает в течение времени Δt=2 с по линейному закону от I_0=0 до I=6 А. Определить количество теплоты Q_1, выделившееся в этом проводнике за первую секунду, и количество теплоты Q_2 — за вторую секунду.

377. За время t=20 с, при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике сопротивлением R=*5* Ом выделилось количество теплоты Q=4 кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника R=*5* Ом.

378. Сила тока в проводнике сопротивлением R=10 Ом за время t=50с равномерно возрастает от I_1=5А до I_2=10А. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

379. В проводнике за время t=10с при равномерном возрастании силы тока от I_1=1А до I_2=2A выделилось количество теплоты Q=5 кДж. Найти сопротивление R проводника.

380. За время t=8с при равномерно возраставшей силе тока в проводнике сопротивлением R=8 Ом выделилось количество теплоты Q=500 Дж. Определить заряд q, протекающий в проводнике, если сила тока в момент времени $t=0$ равна нулю.

381. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через t_1=15 мин, если только вторая, то через t_2=30 мин. Через какое время закипит вода, если обе секции включить последовательно? Параллельно?

382. Сила тока в проводнике сопротивлением R=12 Ом равномерно убывает от I_0=5 А до I=0 в течение времени t=10 с. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

383. Резистор сопротивлением $R=6$ Ом подключен к двум параллельно соединенным источникам тока с ЭДС E_1=2,2В и E_1=2,4В и внутренними сопротивлениями R_i=0,8 Ом и R_{i_2}=0,20 м. Определить силу тока I в этом резисторе и напряжение U на зажимах второго источника тока.

384. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах реостата (рис. 9), если $E_1=12$ В, $R_{i_1}=1$Ом, E_2=6 В, $R_{i_2}=1{,}5$Ом и $R=20$ Ом.

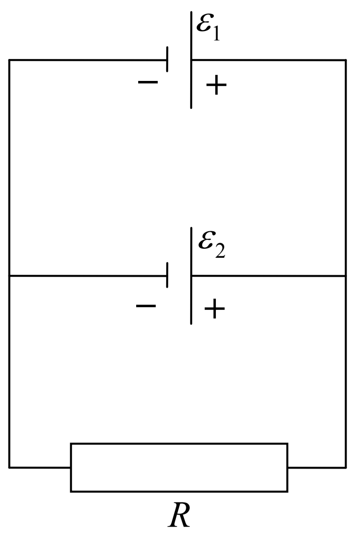


Рис. 9

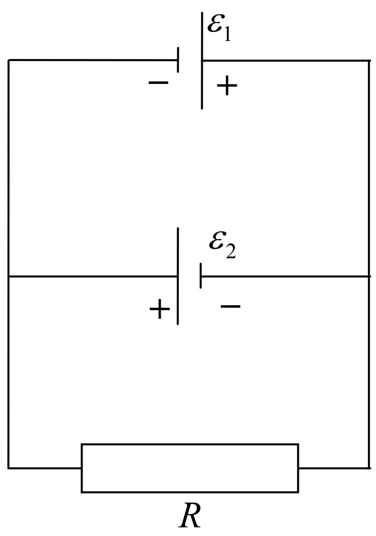


Рис. 10

385. Два источника тока, у которых E_1=8В, R_{i_1}=2Ом, E_2=6В, R_{i_2}=1,5 Ом, и резистор сопротивлением R=10 Ом соединены, как показано на рис.9. Вычислить силу тока, текущего через резистор.

386. Определить силу тока в резисторе R_3(рис. 11) и напряжение на концах этого резистора, если E_1=4В, E_2=3В, R_1=2 Ом, R_2=6 Ом, R_3=1 Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

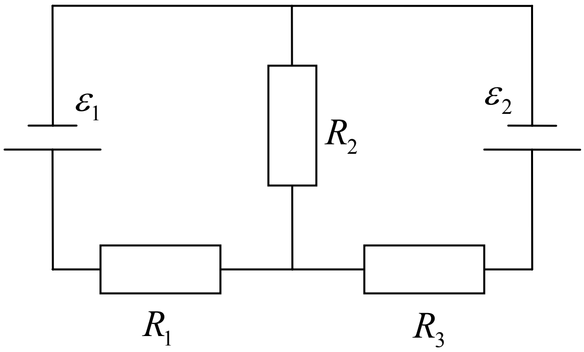


Рис. 11

387. Три батареи с ЭДС E_1=8В, E_2=3В и E_3=4В и внутренними сопротивлениями R_i=2 Ом каждое соединены одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить силы токов, идущих через батареи.

388. Сила тока в проводнике, сопротивлением R=20 Ом, изменяется со временем по закону $I = 4 + 2t$, где I - выражено в амперах и t - в секундах. Какое количество теплоты выделится за промежуток времени от t_1=0 с до t_2=4 с?

389. Два одинаковых источника с ЭДС ε=1,2 В и внутренним сопротивлением r=0,4 Ом соединены, как показано на рис. 12 а, б. Определить силу тока I в цепи и разность потенциалов U между точками A и B.

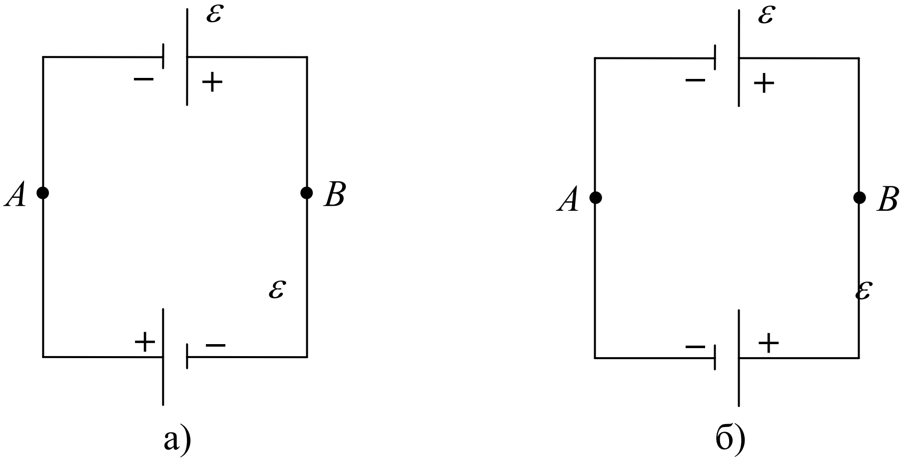


Рис. 12

390. Три сопротивления R_1=5 Ом, R_2=1 Ом и R_3=3 Ом, а также источник тока с ЭДС ε_1=1,4 В соединены, как показано на рис. 13. Определить ЭДС ε источника тока, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении R_3 шел ток силой I=1 А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источника тока пренебречь.

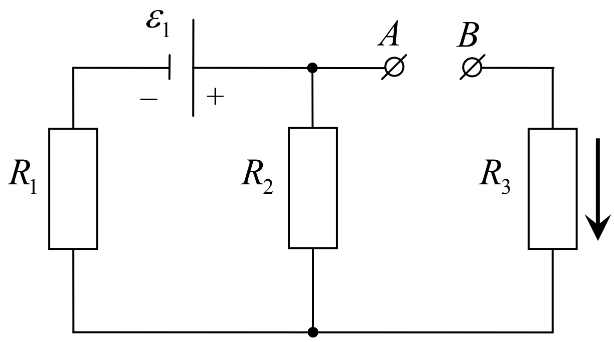


Рис. 13

РАЗДЕЛ IV

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Ниже приводятся формулы, которые можно использовать без вывода при решении задач.

1. Закон Био—Савара—Лапласа:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

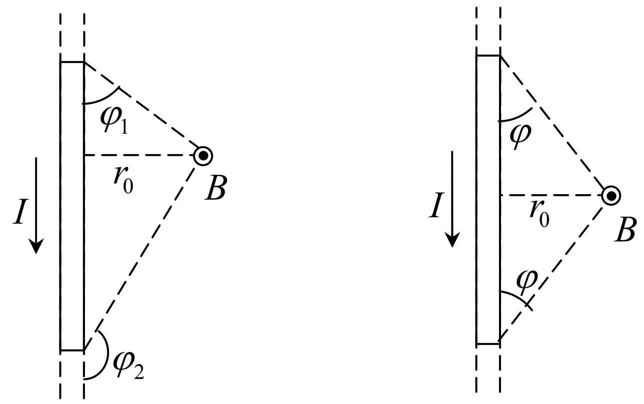
где dB — величина индукции магнитного поля в произвольной точке магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; α — угол между векторами $\overrightarrow{Idl}$ и $\vec{r}$; r — модуль радиус-вектор, проведенного от середины элемента проводника в рассматриваемую точку поля; μ - магнитная проницаемость среды, μ_0 - магнитная постоянная.

2. Индукция магнитного поля, создаваемого:
а) бесконечно длинным прямым проводником с током I

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 — расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция;
б) отрезком проводника с током I на расстоянии r_0 от него (рис. 14 а)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$



а б

Рис. 14

где r_0 — расстояние от оси проводника до точки; α_1 и α_2 — углы - между проведенными в данную точку поля радиусами-векторами соответственно из начала и конца проводника и направлением тока;

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция проводника (рис. б)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\,.$$

в) В центре кругового проводника (витка) радиуса R

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R};$$

г) Круговым проводником радиусом R на расстоянии h от центра до точки, в которой определяется индукция

$$B = \frac{\mu\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}};$$

д) бесконечно длинным соленоидом

$$B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l}$$

где N — число витков на длине соленоида l.

3. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ — магнитная проницаемость среды; μ_0 — магнитная постоянная.

4. Принцип суперпозиции магнитных полей (индукция и напряженность результирующего магнитного поля)

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i; \qquad \vec{H} = \sum_{i=1}^{n}\vec{H}_i.$$

5. Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S — площадь контура; n — единичный вектор нормали к плоскости контура.

6. Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (закон Ампера),

$$d\vec{F} = I[\overrightarrow{dl}\vec{B}], \text{ или } d\vec{F} = IdlB\sin\alpha,$$

где α — угол между векторами $I\,\overrightarrow{dl}$ и $\vec{B}$.

7. Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m\vec{B}], \text{ или } M = p_m B\sin\alpha,$$

где α — угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

8. Закон полного тока для тока проводимости:

$$\oint_L H_l \cdot dl = \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} I_i$ —алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром, n — число токов.

9. Сила Лоренца, действующая на заряд q, движущийся в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$ (сила Лоренца);

$$\vec{F}_Л = q[\vec{v}\vec{B}], \text{ или } F_Л = qvB\sin\alpha,$$

где α — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

10. Магнитный поток через плоский контур (поток вектора магнитной индукции)

$$d\Phi = (\vec{B}d\vec{S}), \text{ или } \Phi = BS\cos\alpha,$$

где α — угол между $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура S.

11. Потокосцепление (полный магнитный поток, сцепленный со всеми N витками соленоида или тороида)

$$\psi = N\Phi = LI ,$$

где L — коэффициент самоиндукции.

12. Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi ,$$

где $d\Phi$ — изменение магнитного потока черед контур при его перемещении.

13. Закон электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} ,$$

где ε_i — ЭДС индукции.

14. ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

15. Индуктивность катушки (когда $l \gg d$)

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS,$$

где n — количество витков катушки на единицу длины; l — длина катушки; S— площадь сечения катушки.

16. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L:

а) $I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ — при замыкании цепи, где ε — ЭДС

источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$ — при размыкании цепи, где I_0 — сила тока

в цепи при $t = 0$; t — время, прошедшее с момента размыкания цепи.

17. Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

18. Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$\omega = \frac{W}{V}, \text{ или } \omega = \frac{BH}{2},$$

где B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода *D* и *C,* по которым текут в одном направлении электрические токи силой I = 60 А, расположены на расстоянии *d*=10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого проводниками с током в точке *A* (рис. 11), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии r_1 =*5* см, от другого на расстоянии r_2 =*12* см.

$I_1 = I_2 = I = 60$ А

$d = 10$ см=0,1 м

$r_1 = 5\text{см} = 5 \cdot 10^{-2}\,\text{м}$

$r_2 = 12\text{см} = 0{,}12\text{м}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Гн/м}$

$\vec{B} - ?$

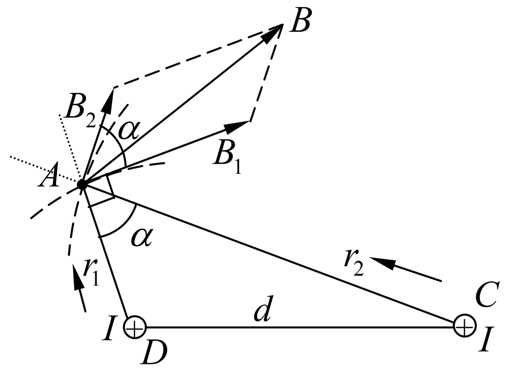


Рис. 15

Р е ш е н и е . Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в точке *A* воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Модуль вектора $\vec{B}$ может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\,, \tag{1}$$

где α — угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитные индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки *A*:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя выражения $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в формулу (1) и вынося $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получаем:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Проверим единицу измерения:

$$[B] = \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\right] = \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}}{\text{м}}\sqrt{\frac{1}{\text{м}^2}} =$$

$$= \frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{А}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}} = \text{Тл}.$$

Сначала вычислим $\cos\alpha$. Заметив, что $\alpha = LDAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

где d — расстояние между проводами.

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2} = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2\cdot 5\cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha} =$$

$$= \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{1}{0{,}05^2}+\frac{1}{0{,}12^2}+\frac{2}{0{,}05\cdot 0{,}12}\cdot\frac{23}{40}} =$$

$$= 3{,}08\cdot 10^{-4}\,\text{Тл}.$$

Ответ: магнитная индукция, создаваемая проводниками с -*
током в точке *A,* равна $\vec{B} = 3{,}08\cdot 10^{-4}$ Тл.

Пример 2. По двум параллельным прямым проводам длиной l =2,5 м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов, при $\mu = 1$.

$l_1 = l_2 = l = 2{,}5\,\text{м}$
$d = 20\,\text{см} = 0{,}2\,\text{м}$
$I = 1\,\text{кА} = 10^3\,\text{А}$
$\mu = 1$

$F - ?$

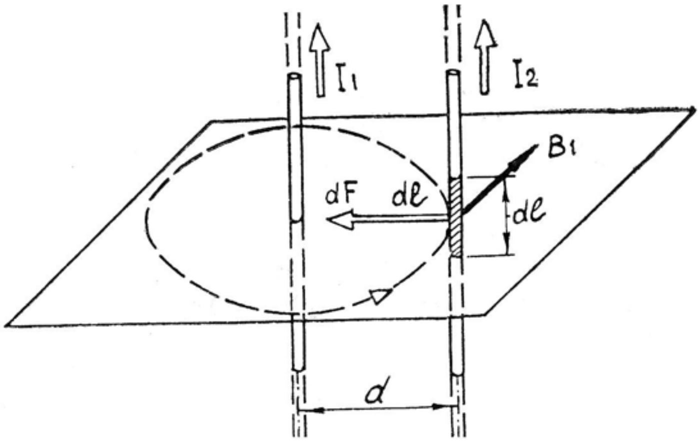


Рис. 16

Р е ш е н и е . Взаимодействие двух проводов, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создаст магнитное поле, которое действует на другой провод.

Предположим, что оба тока (обозначим их для удобства I_1 и I_2) текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго провода (с током I_2) магнитное поле.

Проведем линию магнитной индукции (пунктир на рис. 15) через второй провод и по касательной к ней — вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \tag{1}$$

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила

$$dF = I_2 B_1 dl \sin(\widehat{\vec{dl} \cdot \vec{B}}).$$

Так как вектор $\vec{dl}$ перпендикулярен вектору $\vec{B}_1$ то $\sin(\widehat{\vec{dl} \cdot \vec{B}}) = 1$ и тогда

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Подставив в это выражение B_1 согласно соотношению (1), получим:

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl .$$

Направление силы определяется правилом левой руки.
Силу F взаимодействия проводов с током найдем интегрированием:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l .$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$, получим:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} .$$

Проверим единицу измерения:

$$[F] = \left[\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} \right] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}^2}{\text{м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}^2}{\text{А} \cdot \text{м}} =$$
$$= \frac{\text{Дж}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}$$

Расчет:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (10^3)^2 2{,}5}{2\pi \cdot 0{,}2} = 2{,}5\,\text{Н}.$$

Ответ: сила взаимодействия токов равна $F = 2{,}5\,\text{Н}$.

Пример 3. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $u = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

$u = 600$ В
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
$B = 0,3$ Тл

$R - ?$

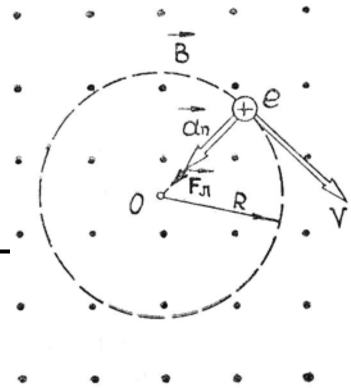


Рис. 17

Р е ш е н и е. Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{v} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{v}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_n, \qquad (1)$$

где m — масса протона. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору $\vec{v}$.

На рис. 16 совмещена траектория протона с плоскостью чертежа и дано (произвольно) направление вектора $\vec{v}$. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору $\vec{v}$ к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_л$ сонаправлены). Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий (направление вектора $\vec{B}$).

В скалярной форме $F_л = evB\sin\alpha$. В нашем случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\sin\alpha = 1$, тогда $F_л = evB$. Так как нормальное ускорение $a_л = \frac{V^2}{R}$, то:

$$evB = \frac{mv^2}{R}.$$

Отсюда находим радиус окружности

$$R = \frac{mv}{eB}.$$

Заметив, что *mv* есть импульс протона *(р),* это выражение можно записать в виде

$$R = \frac{P}{eB}.$$

Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой .сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т. е. $A = \Delta E_{k1}$ или

$$e(\varphi_1 - \varphi_2) = E_{k2} - E_{k1},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ — ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение *u);* E_{k1} *и* E_{k2} — начальная и конечная кинетические энергии протона.

Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ($E_{k1} \approx 0$) и выразив кинетическую энергию E_{k2} через импульс *p,* получим:

$$eu = \frac{p^2}{2m}.$$

Найдем из этого выражения импульс $p=\sqrt{2meu}$ и подставим его в формулу(3):

$$R=\frac{\sqrt{2meu}}{eB}.$$

или

$$R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}. \tag{4}$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$[R]=\left[\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}\right]=\frac{1}{\text{Тл}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}}{\text{Кл}}}=\frac{\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}^2}{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В}}}=$$
$$=\frac{\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}^2}{\text{Дж}}}=\frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{В}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}^2}}=$$
$$=\frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{Н}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Дж}}{\text{Н}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{Н}}=\text{м}.$$

Расчет:

$$R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}=\frac{1}{0,3}\sqrt{\frac{2\cdot 1,67\cdot 10^{-27}\cdot 600}{1,6\cdot 10^{-19}}}=1,18\cdot 10^{-2}\,\text{м}.$$

Ответ: радиус окружности, по которой движется протон, равен $R=1,18\cdot 10^{-2}$ м.

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной а=10 см, по которому течет ток I =100 А, свободно установился в однородном магнитном поле *(B*=1Тл). Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол: 1) $\varphi_1=90^o$; 2) $\varphi_2=3^o$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

$a = 10\,\text{см} = 0{,}1\,\text{м}$
$I = 100\,\text{А} = const$
$B = 1\,\text{Тл}$
$\varphi_1 = 90^o$
$\varphi_2 = 3^o = 0{,}0523$

$A_1 - ?\;\; A_2 - ?$

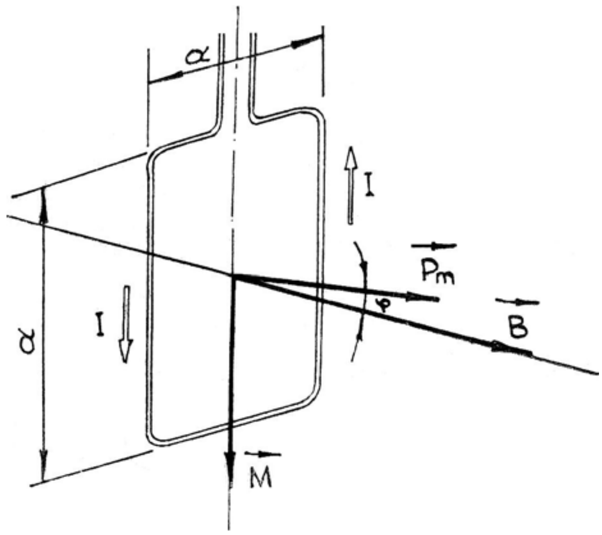


Рис. 18

Р е ш е н и е . Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент силы (рис. 17)

$$M = p_m B \sin\varphi ,$$

где $p_m = IS = Ia^2$ — магнитный момент контура; B — магнитная индукция; φ— угол между векторами $\vec{p}_m$ (направлен по нормали к контуру) и $\vec{B}$.

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент силы равен нулю (M=0), а значит, $\varphi = 0$, т.е. векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{p}_m$ сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA = Md\varphi$. Учитывая формулу (1), получим:

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi .$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi . \tag{2}$$

Работа при повороте на угол φ=90° определяется по формуле

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \left|(-\cos\varphi)\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = IBa^2 . \tag{3}$$

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3^0$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (2) $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \qquad (4)$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$\left[A\right] = \left[IBa^2\right] = \text{А} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{А} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \text{м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

Расчет: $A_1 = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot 0,1^2 = 1$ Дж.

$A_2 = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot 0,1^2 \cdot 0,0523^2 = 1,37 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Задачу можно решить и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Где Φ_1 — магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 — то же, после перемещения.

Если $\varphi_1 = 90^0$, то $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$. Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2.$$

что совпадает с уравнением (3).

Ответ: работа, совершаемая внешними силами, по повороту рамки на угол 90° равна 1 Дж, а на 3° — $1,37 \cdot 10^{3}$ Дж.

Пример 5. В однородном магнитном поле *(B* = 0,1 Тл) равномерно с частотой $n = 10\text{с}^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь S рамки равна 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу φ поворота рамки, равному 30°.

$B = 0,1$ Тл

$n = 10\text{с}^{-1}$

$\varphi = 30^o$

$N = 1000$

$S = 150\text{см}^2 = 0,015\text{м}^2$

$E_\text{н} - ?$

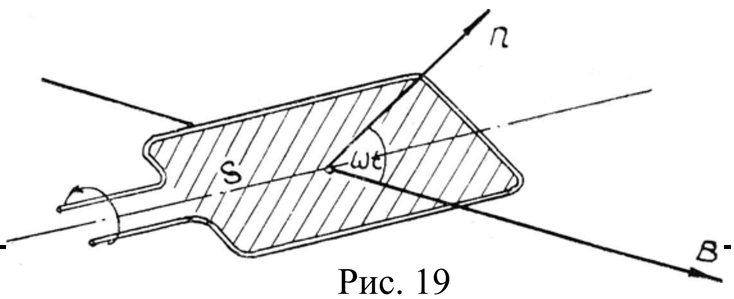


Рис. 19

Р е ш е н и е . Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея—Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \qquad (1)$$

где ψ — потокосцепление.

Потокосцепление ψ связано с магнитным потоком Ф и числом N витков, плотно прилегающих друг к другу, соотношением

$$\psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Подставляя выражения ψ в формулу (1), получаем:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3)$$

При вращении рамки (рис. 18) магнитный поток Ф, пронизывающий рамку в момент времени *t,* определяется соотношением

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

где B — магнитная индукция; S — площадь рамки; ω — круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (2) выражение Ф и продифференцировав полученное выражение по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t. \qquad (4)$$

Круговая частота со связана с частотой вращения *n* соотношением

$$\omega = 2\pi n.$$

Подставляя выражение со в формулу (3) и заменив ωt на φ получим:

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\sin\varphi.$$

Проверим единицу измерения:

$$[\varepsilon_i] = [2\pi nNBS\sin\varphi] = \frac{1}{\text{с}}\text{Тл}\cdot\text{м}^2 = \frac{1}{\text{с}}\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2 =$$
$$= \frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{с}} = \frac{\text{А}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{с}} = \text{В}.$$

Расчет:

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\sin\varphi = 2\pi\cdot 10\cdot 1000\cdot 0,1\cdot 0,015\cdot 0,5 = 47,1\,\text{В}.$$

Ответ: мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу поворота рамки, равно $\varepsilon_i = 47,1$ В.

Пример 6. Соленоид, сопротивление которого $R = 2$ Ом, подключается к аккумулятору с ЭДС $\varepsilon = 8$ В. Спустя время t=0,01 с, сила тока в цепи достигает значения I=1А. Определить коэффициент самоиндукции соленоида, если сопротивленце аккумулятора ничтожно мало.

$R = 2$ Ом
$\varepsilon = 8$ В
$t = 0,01$ с
$I = 1$ А
$R_i = 0$

$L - ?$

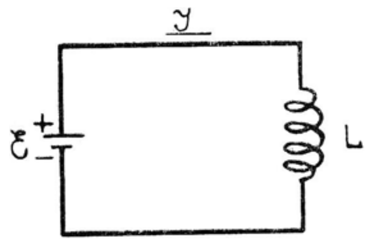


Рис. 20

Р е ш е н и е . Зависимость силы тока от времени, прошедшего с момента замыкания соленоида, определяется соотношением

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \qquad (1)$$

где I_0 — сила тока, устанавливающаяся после затухания индукционных явлений (определяется по закону Ома для полной цепи):

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим:

$$L = \frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{E - IR}}.$$

Проверим единицу измерения:

$$[L]=\left[\frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{E-IR}}\right]=\frac{\text{Ом}\cdot\text{с}}{\ln\dfrac{\text{В}}{\text{В}-\text{А}\cdot\text{Ом}}}=\text{Ом}\cdot\text{с}=\text{Гн}$$

Расчет:

$$L=\frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{E-IR}}=\frac{2\cdot 0б01}{\ln\dfrac{8}{8-1\cdot 2}}=0,07\,\text{Гн}.$$

Ответ: индуктивность соленоида равна L=0,07 Гн.

Пример 7. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит N=1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока I=4А магнитный поток Ф=6 мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

$N=1200$
$I=4\ \text{А}$
$\Phi=6\ \text{мкВб}=6\cdot10^{-6}\,\text{Вб}$

$L-?\ \ W-?$

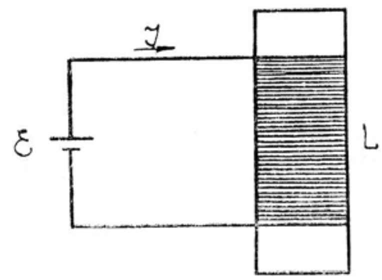


Рис. 21

Р е ш е н и е . Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением

$$\psi=LI\,. \qquad (1)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Ф и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\psi=N\Phi\,. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \tag{3}$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2} L I^2.$$

Выразим L согласно (3), получим:

$$W = \frac{1}{2} N\Phi I. \tag{4}$$

Проверим единицы измерения:

$$[L] = \left[\frac{N\Phi}{I}\right] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн};$$

$$[W] = \left[\frac{N\Phi I}{2}\right] = \text{Вб} \cdot \text{А} = \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А} = \text{Дж}.$$

Подставим в формулы (3) и (4) значения физических величин и произведем вычисления:

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{Гн};$$

$$W = \frac{N\Phi I}{2} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1{,}44 \cdot 10^{-2}\,\text{Дж}.$$

Ответ: индуктивность соленоида равна $1{,}8 \cdot 10^3$ Гн; энергия магнитного поля в нем равна $1{,}44 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Таблица вариантов к контрольной работе №3

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
1	401	416	431	446	461	476
2	402	417	432	447	462	477
3	403	418	433	448	463	478
4	404	419	434	449	464	479
5	405	420	435	450	465	480
6	406	421	436	451	466	481
7	407	422	437	452	467	482
8	408	423	438	453	468	483
9	409	424	439	454	469	484
10	410	425	440	455	470	485
11	411	426	441	456	471	486
12	412	427	442	457	472	487
13	413	428	443	458	473	488
14	414	429	444	459	474	489
15	415	430	445	460	475	490

Темы задач. Первая задача в каждом варианте —напряженность и индукция магнитного поля; закон Био—Савара—Лапласа. Вторая задача — закон Ампера, магнитный момент, рамка с током в магнитном поле. Третья задача — движение заряженных частиц в магнитном и электрическом полях. Четвертая задача — магнитный поток, работа в магнитном поле; электромагнитная индукция. Пятая задача — самоиндукция, индуктивность, экстратоки замыкания и размыкания цепи. Шестая задача — энергия и плотность энергии магнитного поля.

401. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии r=5 см один от другого. По проводам текут в противоположных направлениях одинаковые токи I=10 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=2 см от одного и r_2=3 см от другого провода.

402. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии r=5 см один от другого. По проводам текут в одном направлении одинаковые токи I=10 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=2 см от одного и r_2=3 см от другого провода.

403. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5см. По проводам в одном направлении текут одинаковые токи I=30 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=4 см от одного и r_2=3 см другого провода.

404. При какой силе тока I, текущего по тонкому проводящему кольцу радиусом R=0,2 м, магнитная индукция B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r=0,3 м, станет равной 20мкТл?

405. Два круговых витка радиусом R=4 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии d=0,1 м друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2$=2 А. Найти напряженность магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить для случаев: 1) токи в витках текут в одном направлении; 2) токи текут в противоположных направлениях.

406. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной a=10 см, идет ток I=20 А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

407. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d=0,2$ мм. Определить магнитную индукцию B на оси соленоида, если по проводу идет ток I=0,5 А.

408. Какова индукция магнитного поля в центре квадрата со стороной a=10см, если по его периметру протекает ток силой I = 20 А?

409. Ток силой I=20 А идет по очень длинному проводу, согнутому под углом α=120°. Какова индукция магнитного поля в точке на биссектрисе угла на расстоянии $r=4$ см от его вершины?

410. Проводник согнут в виде правильного треугольника со стороной a=20 см. Какой ток протекает по периметру треугольника, если в его центре напряженность поля равна H=71,64 А/м?

411. Сколько витков приходится на единицу длины соленоида, если при силе тока I=20 А внутри соленоида образуется магнитное поле H=$5\cdot10^4$ А/м?

412. Определить напряженность магнитного поля внутри соленоида длиной l=0,08 м при силе тока I=30 А, если соленоид имеет N=160 витков.

413. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток I=60А. Длины сторон прямоугольника равны a=30 см и b=40 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

414. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

415. По двум одинаковым круговым виткам радиусом R=5 см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой I=2 А. Найти индукцию магнитного поля в центре витков.

416. На прямой провод длиной l=0,5 м при силе тока в нем I=4 А действует однородное магнитное поле с силой F=2,8 Н, когда проводник образует угол $\frac{\pi}{2}$ с линиями индукции. Определить величину индукции поля. С какой силой будет действовать на проводник то же поле при угле α=30°?

417. Двухпроводная линия состоит из длинных параллельных прямых проводов, находящихся на расстоянии d=4 мм друг от друга. По проводам текут одинаковые токи I=50 А. Определить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины провода.

418. По двум параллельным проводам длиной l=1 м каждый текут одинаковые токи. Расстояние d между проводами равно 1 см. Токи взаимодействуют с силой F=1 мН. Найти силу тока I в проводах.

419. Рамка с током силой I=5 А содержит N=20 витков тонкого провода. Определить магнитный момент p_m рамки с током, если ее площадь S=10 см^2.

420. Магнитный момент p_m витка равен 0,2 Дж/Тл. Определить силу тока I в витке, если его диаметр d=10 см.

421. По кольцу радиусом R течет ток. На оси кольца на расстоянии d=1 м от его плоскости магнитная индукции B=10 нТл. Определить магнитный момент p_m кольца с током. Считать R много меньшим d.

422. По витку радиусом R=10 см течет ток силой I=50 А. Виток помещен в однородное магнитное поле (B=0,2 Тл). Определить момент силы M, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол φ=60° с линиями индукции.

423. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I=200 А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

424. Горизонтальные рельсы находятся в вертикальном однородном магнитном поле на расстоянии l=0,3 м друг от друга. На них лежит стержень, перпендикулярный рельсам. Какой должна быть индукция магнитного поля для того, чтобы стержень начал равномерно двигаться вдоль рельсов, если по нему пропускать ток I=50 А? Коэффициент трения стержня о рельсы k=0,2, масса стержня m=0,5 кг.

425. Напряженность магнитного поля в центре круглого витка равна H=500 А/м. Магнитный момент витка p_m=6А$\cdot$м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

426. Рамка гальванометра длиной a=4 см и шириной b=1,5 см, содержащая N=200 витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией B=0,1 Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти: 1) механический момент M, действующий на рамку, когда по витку течет ток I=1мА; 2) магнитный момент p_m рамки при этом токе.

427. Короткая катушка площадью S поперечного сечения, равной 150 см^2, содержит N=200 витков провода, по которому течет ток I=4 А. Катушка помещена в однородное магнитное поле напряженностью H=8 кА/м. Определить магнитный момент p_m катушки, а также вращающий момент M, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60^O$ с линиями индукции.

428. Из проволоки длинною l=20 см сделаны контуры: 1) квадратный и 2)угловой. Найти вращающий момент сил, действующий на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией B=0,1 Тл. По контурам течет ток силой I=2 А. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45^O$ с направлением магнитного поля.

429. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 200 А/м. Магнитный момент p_m витка равен 1 $\text{А}\cdot\text{м}^2$. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

430. Проволочный виток радиусом R=5 см находится в однородном магнитном поле. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60^o$ с направлением поля. По витку течет ток I=4 А. Механический момент M, действующий на виток, равен M 39,5 мкН$\cdot$м. Найти индукцию магнитного поля.

431. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом R=10 см. Определить скорость v протона, если магнитная индукция B=1 Тл.

432. Определить частоту n обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле $(B = 1$ Тл).

433. Протон, получивший скорость в результате прохождения разности потенциалов U=1 кВ, попадает в однородное магнитное поле с индукцией B=0,2Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить период T вращения протона.

434. Электрон движется по окружности радиусом $R = 1$ см в магнитном поле с индукцией B=0,02 Тл. Какова кинетическая энергия электрона?

435. Заряженная частица с кинетической энергией $E_к=2$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 4$ мм. Определить силу Лоренца, действующую на частицу со стороны поля.

436. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное поле с индукцией B=0,5 Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом R=0,2 см.

437. Перпендикулярно магнитному полю (H=1 кА/м) возбуждено электрическое поле (E=200 В/см). Перпендикулярно полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость v частицы.

438. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов, влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E=400 В/м) и магнитное (B=0,2Тл) поля. Определить ускоряющую разность потенциалов, если, двигаясь перпендикулярно полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Отношение заряда к массе частицы $\frac{e}{m} = 9,64 \cdot 10^7$ Кл/кг.

439. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов U=2 кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией B=15,1 мТл по окружности радиусом R=1 см. Определить отношение $|q|/m$ заряда частицы к ее массе и скорость v частицы.

440. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом R_1=5 см, второй ион – по окружности радиусом R_2=2,5 см. Найти отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

441. Электрон, имея скорость $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B=30 мТл под углом $\alpha = 30^o$ к направлению линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

442. В однородном магнитном поле с индукцией B=100мкТл движется электрон по винтовой линии. Определить скорость v электрона, если шаг h винтовой линии равен 20 см, а радиус R=5 см.

443. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B=9 мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг h=7,8 см. Определить период T обращения электрона и его скорость v.

444. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью $v\,0,8c$ (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция B поля равна 0,01 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях: 1) не учитывая увеличения массы со скоростью; 2) учитывая это увеличение.

445. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=800 В, влетает в однородные, скрещенные под прямым углом магнитное (B=50 мТл) и электрические поля. Определить напряженность E электрического поля, если протон движется в скрещенных полях прямолинейно.

446. В однородном магнитном поле с индукцией $B\,0,01$ Тл находится прямой провод длиной l=8 см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течет ток I=2 А. Под действием сил поля провод переместился на расстояние s=5 см. Найти работу A сил поля.

447. Плоский контур, площадь Sкоторого равна 300 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B\,0,01$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток I=10 А. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

448. Проводник длиной l=1 м движется со скоростью v=5 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить магнитную индукцию *B,* если на концах проводника возникает разность потенциалов u=0,02 В.

449. Плоский контур площадью S=20 см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией B=0,03 Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол φ=60° с направлением линий индукции.

450. Проводник длиной l=1 м движется со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля величиной B-0,01 Тл. Определить разность потенциалов U, возникающую на концах проводника.

451. В средней части соленоида, содержащего $n=8$ витков/см, помещен круговой виток диаметром $d=4$ см. Плоскость витка расположена под углом φ=60° к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток силой I = 1 А.

452. Квадратный контур со стороной a=10 см, в котором течет ток силой I=6А, находится в магнитном поле с индукцией B=0,8 Тл под углом α=50° к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

453. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью S=100 см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока I=50 А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного ноля, если при перемещении контура была совершена работа A=0,4Дж.

454. В однородном магнитном поле (B=0,1 Тл) равномерно с частотой n=5с$^{-1}$ вращается стержень длиной l=50 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям .напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов u.

455. Проволочная рамка площадью S=400 см^2 равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл вокруг оси, перпендикулярной направлению поля. Период вращения рамки T=0,05 с. Рамка состоит из N=300 витков. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке.

456. Рамка площадью S=200 см^2 равномерно вращается с частотой n=10 с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля (B=0,2 Тл). Каково среднее значение ЭДС индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения?

457. Магнитная индукция B поля между полюсами двухполюсного генератора равна 0,8 Тл. Ротор имеет N=100 витков площадью S=400 см^2. Определить частоту n вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции ε_i=200 В.

458. Короткая катушка, содержащая N=1000 витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией B=0,04 Тл с угловой скоростью ω=5рад/с относительно оси, совпадающей с диаметром катушки и перпендикулярной линиям индукции поля. Определить мгновенное значение ЭДС индукции ε_i для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^o$ с линиями индукции поля. Площадь S катушки равна 100 см^2.

459. Проволочный виток радиусом r=4 см, имеющий сопротивление R=0,01 Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией B=0,04 Тл. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30^o$ с линиями индукции поля. Какое количество электричества Q протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

460. Тонкий медный провод массой m=1г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле (B=0,1 Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить количество электричества Q, которое протечет по проводнику, если квадрат, протянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

461. Определить силу тока в цепи через t=0,01 с после ее размыкания. Сопротивление цепи R=20 Ом и индуктивность L=0,l Гн. Сила тока до размыкания цепи I_0=50 А.

462. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением R=20 Ом. Через время t=0,1 с сила тока I замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность L катушки.

463. Цепь состоит из катушки индуктивностью L=0,l Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, равно t=0,07 с. Определить сопротивление катушки.

464. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением R=10 Ом и индуктивностью L=0,2 Гн. Через какое время сила тока в цепи достигнет 50% максимального значения?

465. Определить скорость изменения тока в катушке индуктивностью L=100мГн, если в ней возникла ЭДС самоиндукции E_c=80 В.

466. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на ΔI=0,1 А в 1 с. Индуктивность L катушки равна 0,01 Гн. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции $\langle \varepsilon_i \rangle$.

467. Силу тока в катушке равномерно увеличивают с помощью реостата на ΔI=0,6 А в секунду. Найти среднее значение ЭДС $\vec{E_c}$ самоиндукции, если индуктивность катушки L=5 мГн.

468. Соленоид содержит N=800 витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) S=10 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией B=8мТл. Определить среднее значение ЭДС E_c, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время t=0,8 мс.

469. По катушке индуктивностью L=8 мкГн течет ток силой I=6 А. При выключении тока его сила изменяется практически до нуля за время t=5 мс. Определить среднее значение ЭДС E_c самоиндукции, возникающей в контуре.

470. В электрической цепи, содержащей сопротивление $R = 20$ Ом и индуктивность L=0,06 Гн, течет ток силой I=20 А. Определить силу тока в цепи через I=0,2 мс после ее размыкания.

471. По замкнутой цепи с сопротивлением R=20 Ом течет ток. Через время t=8мс после размыкания цепи сила тока в ней уменьшилась в 20 раз. Определить индуктивность L цепи.

472. Индуктивность L катушки равна 2 мГн. Ток частотой ν=50 Гц, протекающий по катушке, изменяется по синусоидальному закону. Определить среднюю ЭДС самоиндукции $\langle \varepsilon_i \rangle$, возникающую за интервал времени Δt, в течение которого ток в катушке изменяется от минимального до максимального значения. Амплитудное значение силы тока I_0=10 А.

473. Цепь состоит из катушки индуктивностью L=1 Гн и сопротивлением R=10 Ом. Источник тока можно отключать, не разрывая цепи. Определить время t, по истечении которого сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения.

474. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет N_1=750 витков и индуктивность $L_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Гн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 3{,}6 \cdot 10^{-2}$ Гн, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Определить число N_2 витков катушки после перемотки.

475. Соленоид содержит N=1000 витков. Площадь S сечения сердечника равна 10 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией B=1,5 Тл. Найти среднюю ЭДС индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$, возникающей в соленоиде, если ток уменьшится до нуля за время t=500 мкс.

476. Соленоид с сердечником из никеля на длине l=0,5 м имеет N=1000 витков с площадью поперечного сечения S=50 см^2. Определить магнитный поток внутри соленоида и энергию магнитного поля, если сила тока в соленоиде I=10 А и магнитная проницаемость никеля μ=200.

477. В соленоиде сечением S=5 см^2 создан магнитный поток Ф=20 мкВб. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

478. Магнитный поток Ф в соленоиде, содержащем N=1000 витков, равен 0,2 мВб. Определить энергию W магнитного поля соленоида, если сила тока, протекающего по виткам соленоида, I=1 А. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

479. Диаметр тороида (по средней линии) D=50 см. тороид содержит N=2000 витков и имеет площадь S=20 см^2. Вычислить энергию W магнитного поля тороида при силе тока I=5 А. Считать магнитное поле тороида однородным. Сердечник выполнен из немагнитного материала.

480. По проводнику, изогнутому в виде кольца радиусом R=20 см, содержащему N=500 витков, течет ток силой I=1 А. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля в центре кольца.

481. Обмотка тороида имеет n=10 витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии ω магнитного поля при силе тока I=10 А. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

482. Обмотка соленоида содержит n=20 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока I объемная плотность энергии магнитного поля будет ω=0,1Дж/м^3? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

483. Соленоид имеет длину l=0,6 м и сечение S=10 см^2. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток Ф=0,1мВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида? Сердечник
из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

484. По обмотке соленоида индуктивностью L=0,2 Гн течет ток силой I=10 А. Определить энергию W магии поля соленоида.

485. Индуктивность L катушки (без сердечника) равна 0,1 мГн. При какой силе тока I энергия W магнитного поля равна 10^{-4} Дж?

486. При некоторой силе I плотность энергии ω магнитного поля соленоида (без сердечника) равна 0,2 Дж/м^3. Во сколько раз увеличивается плотность энергии поля при той же силе тока, если соленоид будет иметь железный сердечник? Принять магнитную проницаемость железа μ равной 700.

487. Найти плотность энергии ω магнитного поля в железном сердечнике соленоида, если напряженность H намагничивающего поля равна $1{,}6\cdot10^3$ А/м. Принять магнитную проницаемость железа μ равной 700.

488. Соленоид имеет длину l=0,6 и сечение S=10 см^2. Чему равен магнитный поток Ф созданный в соленоиде, если при некоторой силе тока, протекающей по обмотке энергия магнитного поля соленоида W 10 Дж. Сердечник выполнен из немагнитного материала и магнитное поле во всем объеме однородно.

489. Диаметр тороида (по средней линии) D=50 см. Тороид содержит N=2000 витков и имеет площадь сечения S=20 см^2. Какой силы ток I протекает по виткам, если энергия магнитного поля тороида равна W 100 мДж. Считать магнитное поле тороида однородным. Сердечник выполнен из немагнитного материала.

490. Объемная плотность энергии магнитного поля соленоида ω=0,1 Дж/м^3. Определить сечение соленоида S, если магнитный поток, созданный внутри соленоида Ф=20 мкВб. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

РАЗДЕЛ III 1
ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК 1
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7
РАЗДЕЛ IV 34
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ 34
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 39