

УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ

9.1. Устойчивость центрально сжатых стержней

Различают три вида изгиба стержней. Чистый изгиб, когда к стержню приложены только изгибающие моменты (рис.283), поперечный под действием поперечной силы ¹ (рис.284) и продольный (рис.285).



Рис. 283

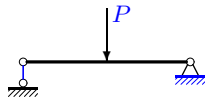


Рис. 284

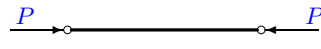


Рис. 285

Продольный изгиб занимает здесь особенное место. Дело в том, что для прямолинейных стержней без начальных прогибов он возможен только при определенных значениях силы и явление это называют потерей устойчивости. Кроме того, это явление особенно опасно для конструкций большими и внезапными прогибами, приводящими к разрушению. Именно поэтому этой теме уделяется повышенный интерес. В этом разделе представлены основные задачи устойчивости стержней.

Постановка задачи. Найти критическую силу P центрально сжатого стержня длиной l . Известно симметричное поперечное сечение стержня, составленное из двух или четырех прокатных профилей (ГОСТ 8239-89, ГОСТ 8240-89, ГОСТ 8509-89), и схема закрепления. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. При гибкости меньшей $\lambda_{\text{пц}} = \pi \sqrt{E/\sigma_{\text{пц}}}$ пользоваться формулой Ясинского

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda, \quad (9.1)$$

где $a = 310$ МПа, $b = 1.14$ МПа, $\sigma_{\text{пц}} = 195$ МПа.

План решения

1. Вычисляем площадь сечения.
2. Вычисляем координаты центра тяжести сечения.

¹См. изгиб балок, с.76

3. Определяем моменты инерции сечения относительно центральных осей сечения.

4. Находим наименьший момент инерции J_{min} и соответствующий радиус инерции $i = \sqrt{J_{min}/F}$.

5. Вычисляем гибкость λ стержня с учетом коэффициента μ приведения длины $\lambda = \mu l/i$. Для различных способов закрепления коэффициент μ указан на рис. 286.

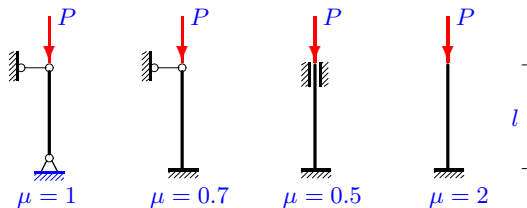


Рис. 286. Коэффициент приведения длины ¹

6. Если гибкость стержня больше $\lambda_{пц}$ (длинные тонкие стержни), критическое напряжение вычисляем по формуле Эйлера $\sigma_{кр} = \pi^2 E/\lambda^2$. Иначе пользуемся формулой Ясинского (9.1).

7. Вычисляем критическую силу $P = F \sigma_{кр}$.

Пример. Найти критическую силу P центрально сжатого стержня длиной $l = 3.8$ м. Известно симметричное поперечное сечение стержня, составленное из двутавра №22, ГОСТ 8239-89, и двух уголков №10/7 ГОСТ 8509-89 (рис. 287), и схема закрепления (рис. 288). Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. При гибкости меньшей $\lambda = \pi \sqrt{E/\sigma_{пц}}$ пользоваться формулой Ясинского $\sigma_{кр} = a - b\lambda$, где $a = 310$ МПа, $b = 1.14$ МПа, $\sigma_{пц} = 195$ МПа.

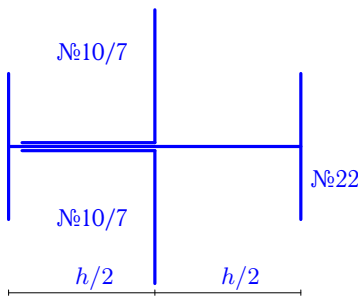


Рис. 287

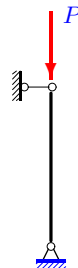


Рис. 288

¹или коэффициент закрепления стержня

и, наоборот, момент инерции J_{yc_1} относительно оси y в сортаменте обозначен как $J_x = 2550 \text{ см}^4$.

$$J_{xc} = \sum_{i=1}^3 (J_{xc_i} + (y_c - y_i)^2 F_i) = J_{xc_1} + 2 (J_{xc_2} + F_2 (z_0 + s/2)^2) = \\ = 157 + 2 (131 + 13.8 (2.71 + 0.27)^2) = 664.099 \text{ см}^4.$$

$$J_{yc} = \sum_{i=1}^3 (J_{yc_i} + (x_c - x_i)^2 F_i) = 2550 + 30.6 \cdot (11 - 9.715)^2 + \\ + 2 \cdot (131 + 13.8 \cdot (11 - 2.71 - 9.715)^2) = 2918.573 \text{ см}^4.$$

4. Находим наименьший момент инерции $J_{min} = J_{xc} = 664.099 \text{ см}^4$ и соответствующий радиус инерции $i = \sqrt{J_{min}/F} = 3.778 \text{ см}$. При потере устойчивости сечение повернется вокруг оси x .

5. Вычисляем гибкость стержня с учетом коэффициента приведения. Для шарнирно опертого стержня $\mu = 1$. Таким образом получаем гибкость

$$\lambda = \mu l / i = 1 \cdot 380 / 3.778 = 100.796. \quad (9.2)$$

Гибкость — безразмерная величина, характеризующая соотношение длины и толщины стержня.

6. Если гибкость стержня больше $\lambda_{пц}$ (длинные тонкие стержни), критическое напряжение вычисляем по формуле Эйлера $\sigma_{кр} = \pi^2 E / \lambda^2$. Иначе пользуемся формулой Ясинского.

$$\lambda_{пц} = \pi \sqrt{E / \sigma_{пц}} = 3.141 \sqrt{2 \cdot 10^5 / 195} = 100.611 \quad (9.3)$$

Так как $\lambda > \lambda_{пред}$, используем формулу Эйлера

$$\sigma_{кр} = \pi^2 E / \lambda^2 = 194.288 \cdot 10^3 \text{ МПа} \quad (9.4)$$

7. Вычисляем критическую силу $P_{кр} = \sigma_{кр} F = 1130.754 \text{ кН}$