

Определение перемещений в консольной раме

Найти линейные Δ_x , Δ_y и угловое перемещение Δ_φ свободного конца консольной рамы, находящейся под действием сил $P_1 = 3$ кН, $P_2 = 6$ кН и момента $m = 6$ кНм (рис. 1).

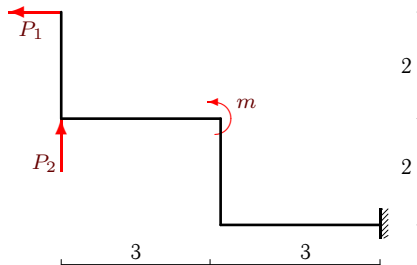


Рис. 1

Решение

Строим эпюру моментов M_P от действия нагрузки (рис. 2). Выполняя сечение участков, рассматриваем равновесие незакрепленной части, отбрасывая часть, содержащую неизвестные реакции заделки. В месте приложения сосредоточенного момента эпюра имеет разрыв. Для определения горизонтального смещения конца рамы прикладываем единичную горизонтальную силу в этой точке и строим эпюру моментов m_1 (рис. 3).

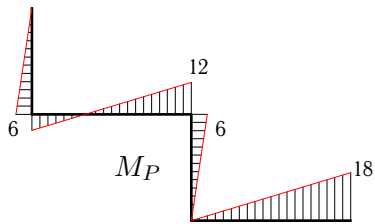


Рис. 2

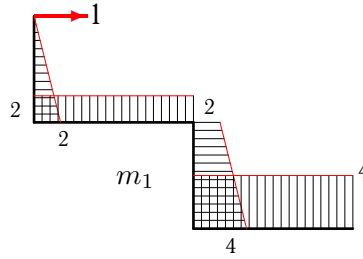


Рис. 3

Аналогично, для определения вертикального смещения и угла поворота последовательно прикладываем к раме единичную вертикальную силу и единичный момент и строим соответствующие эпюры моментов m_2 и m_3 (рис. 4, рис. 5). На первом участке эпюра m_2 нулевая.

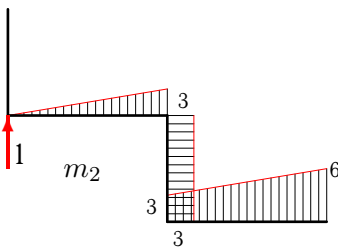


Рис. 4

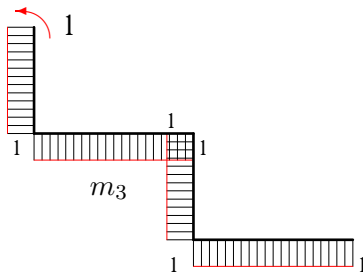


Рис. 5

Перемещения получаем по формуле Максвелла-Мора. Интегрирование ("умножение эпюр") выполняем по правилу Верещагина.

$$\begin{aligned}
 EJ\delta_x &= \int m_1 M_P dl = \\
 &= -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{12-6}{2} \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 18 \cdot 4 = 134, \\
 EJ\delta_y &= \int m_2 M_P dl = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 18 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 18 = 180, \\
 EJ\delta_\varphi &= \int m_3 M_P dl = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 - \frac{12-6}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \cdot 1 = -36.
 \end{aligned}$$