

Рис. 55

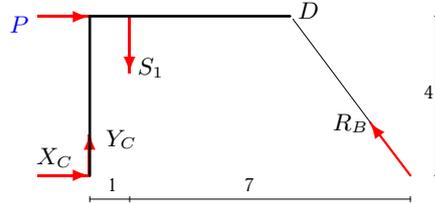


Рис. 56

Запишем уравнение моментов относительно шарнира C :

$$\sum M_{iC} = 8R_B \sin \alpha - 4P - 1 \cdot S_1 = 0.$$

Находим $S_1 = 8 \cdot 10 \cdot 0,8 - 15 \cdot 4 = 4$ кН. Усилие в нити 2 находим из условия равновесия цилиндра (рис. 55). Составляем уравнение моментов относительно его оси:

$$\sum M_{iO} = -r S_1 - r S_2 + M = 0.$$

Отсюда $S_2 = M/r - S_1 = 20 - 4 = 16$ кН. Задача решена. Усилия в нитях получились положительными. Это означает (согласно принятому направлению векторов усилий S_1 и S_2), что нити натянуты. Если бы получились отрицательные усилия, то это бы означало, что для заданных значений нагрузок равновесие недостижимо.

§12. Система с односторонней связью

Связь в механике — это всегда какое-то ограничение на исследуемую систему. Принята аксиома, согласно которой связь можно заменить ее реакцией — силой (подвижная опора, гладкая плоскость, нить, незагруженный стержень), моментом или системой сил и моментов (неподвижная опора, заделка). Если связь реализуется только при определенных направлениях реакций, то такая связь односторонняя или неударживающая [13]. Примерами односторонней связи является нить — она может быть только растянутой, или опорная плоскость, так как тело можно оторвать от плоскости. Опорная плоскость на рисунках задач статики обозначается обычно значком  (подвижный шарнир, табл. 1, с. 10). Такое обозначение условно принято и для двухсторонней связи (просто чтобы не использовать громоздкое обозначение .

Почти все задачи этого сборника содержат именно такие связи. Исключение — следующая задача, в которой надо найти условие реализуемости связи. Вводится специальное обозначение для гладкой односторонней связи: \Rightarrow . Здесь левая часть должна прижиматься к

правой, иначе происходит отрыв, связь не реализуется, равновесие конструкции, содержащей такую связь, не осуществляется.

Задача 14. Две части составной рамы соединены шарнирным стержнем и одной стороной связью в точке K (гладкая опора). На раму действуют заданные нагрузки $P = 2$ кН, $M_1 = 4$ кНм, $M_2 = 6$ кНм и сила F . Размеры на рисунке даны в метрах (рис. 57). Для каких значений силы F система находится в положении равновесия?

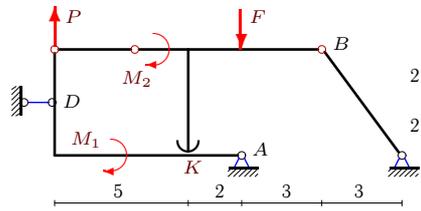


Рис. 57

Решение

Условие равновесия рамы, содержащей одну сторону связи в виде опоры, соответствует сжимающим силам в точке контакта. В общем случае неизвестную реакцию (силу) отброшенной связи направляют по внешней нормали к сечению связи, что соответствует растяжению, если в результате решения из условий равновесия реакция получается положительной. Если же необходимо определять условие прижима связи к телу, не допуская отрыва, то реакцию, которую обозначим S , будем направлять в сторону к контактирующему телу (к одному телу в одну сторону, к другому в другую). Условие же реализуемости связи вытекает из неравенства $S > 0$. В данной задаче сила F не задана, следовательно, реакция будет зависеть от F . Решение задачи — это решение неравенства $S(F) > 0$ относительно F .

Находим реакции опор и внутренних связей из условия равновесия рамы. Разбиваем конструкцию на две части (рис. 58, 59). Освобождаем конструкцию от связей, заменяя их реакциями.

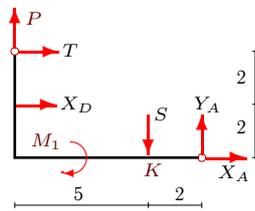


Рис. 58

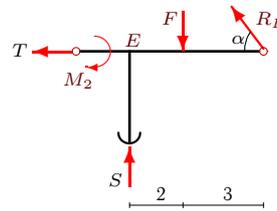


Рис. 59

Реакция T незагруженного стержня направлена вдоль стержня в сторону сечения, таким образом, если в результате решения задачи усилие T будет больше нуля, то это означает, что стержень растянут. Реакция же S направлена на левую часть рамы (рис. 58) так, как будто правая часть давит на левую, т. е. вниз. Уравнения равновесия левой части (рис. 58):

$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_A + X_D + T = 0, \\ \sum Y_i &= Y_A - S + P = 0, \\ \sum M_{iA} &= -4T - 2X_D - M_1 + 2S - 7P = 0.\end{aligned}$$

Наклонный стержень, соединенный с рамой в шарнире B , незагружен. Поэтому его усилие также направлено вдоль стержня. Угол наклона стержня α определяем из рисунка 57: $\operatorname{tg} \alpha = 4/3$. Уравнения равновесия правой части (рис. 59):

$$\begin{aligned}\sum X_i &= -T - R_B \cos \alpha = 0, \\ \sum Y_i &= S - F + R_B \sin \alpha = 0, \\ \sum M_{iE} &= -M_2 - 2F + 5R_B \sin \alpha = 0.\end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $\sin \alpha = 4/5$ и $\cos \alpha = 3/5$, с учетом данных задачи получаем решение (в кН):

$$\begin{aligned}R_B &= (3 + F)/2, \quad S = (3/5)(F - 2), \quad T = -(3/10)(3 + F), \\ X_A &= (3/10)(31 - 3F), \quad X_D = (6/5)(F - 7), \quad Y_A = (-16 + 3F)/3.\end{aligned}$$

Решение параметрически зависит от значения силы F . Для проверки решения рассмотрим равновесие всей рамы в целом (рис. 60). Составим сумму моментов всех сил, действующих на раму, включая реакции опор, относительно точки G :

$$\begin{aligned}\sum M_{iG} &= 2X_D - M_1 - M_2 + 4X_A + 7Y_A + 10R_B \sin \alpha - 7F = \\ &= (12/5)(F - 7) - 4 - 6 + (6/5)(31 - 3F) + \\ &+ (7/5)(-16 + 3F) + 4(3 + F) - 7F = 0.\end{aligned}$$

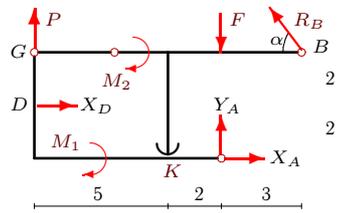


Рис. 60

Теперь остается решить неравенство $S = (3/5)(F - 2) > 0$ и получить, что равновесие возможно при $F > 2$ кН. Для меньших значений силы F связь в точке K не реализуется, связь не выдерживает растягивающие усилия.

§13. Ферма

Ферма состоит из стержней, соединенных шарнирами. Предполагается, что нагрузка прикладывается к шарнирам, а стержни невесомые. Таким образом, стержни фермы не изгибаются, и расчет фермы сводится к определению усилий в стержнях (сжимающих или растягивающих).

Для плоской статически определимой фермы справедлива формула, связывающая число стержней s и число шарниров n $s = 2n - 3$.

Аналогичные задачи на расчет фермы даны в [18] (С5) и в [16] (2.2, 2.3).

Задача 15. К плоской составной ферме, опирающейся на два неподвижных шарнира, приложены силы $P = 24$ кН, $F = 2$ кН, размеры даны в метрах (рис. 61). Найти усилия в стержнях.

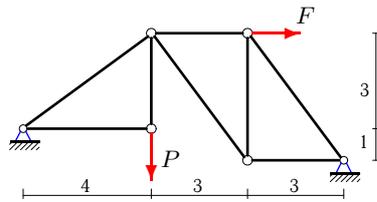


Рис. 61

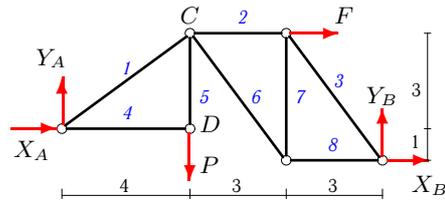


Рис. 62

Решение

1. Сначала найдем реакции опор. Отбросим связи и заменим их реакциями (рис. 62). Данная конструкция состоит из двух шарнирно соединенных частей. Для определения реакций опор необходимо разбить конструкцию на части по шарниру C , соединяющему их. Рассмотрим равновесие левой части фермы (рис. 63).