

Пример решения

Задача. Горизонтальная однородная полка весом $G = 6$ кН имеет в точке A сферическую опору и поддерживается двумя невесомыми, шарнирно закрепленными по концам, стержнями (горизонтальным и вертикальным) и подпоркой в точке B (рис. 61). К этой же точке приложена сила $F = 4$ кН, направленная вдоль одного из ребер полки. Даны размеры $a = 2$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м. Определить реакции опор.

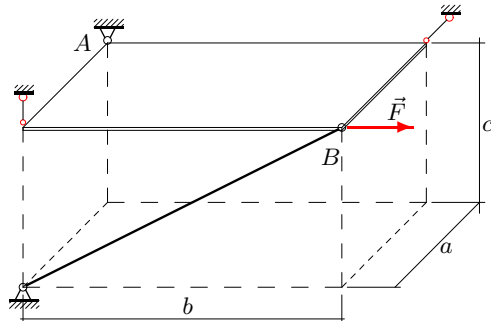


Рис. 61

Решение

1. Рассматриваем равновесие полки. Действие на тело опорных стержней заменяем их реакциями. Реакция \vec{V} — вертикальная, \vec{H} — горизонтальная вдоль бокового ребра полки.

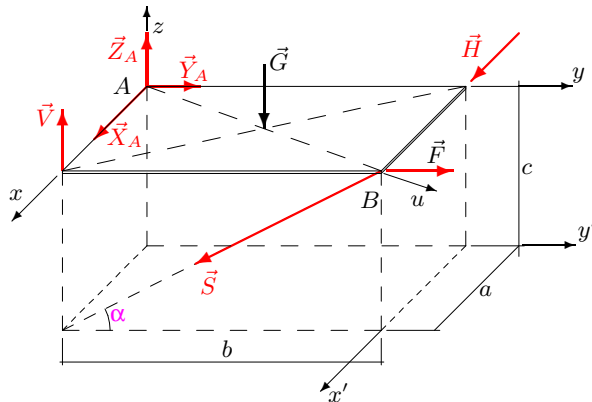


Рис. 62

Усилие \vec{S} в подпорке направлено вдоль стержня. В сферическом шарнире A имеется три составляющие реакции $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, которые направляем по осям координат. Так как полка однородная, ее центр тяжести совпадает с геометрическим центром. Сюда приложен вес \vec{G} . Начало системы координат xyz помещаем в точку A (рис. 62).

2. Составляем систему уравнений равновесия, состоящую из трех уравнений проекций на оси координат всех сил, действующих на полку, и трех уравнений моментов относительно этих же осей:

$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_A + H = 0, \\ \sum Y_i &= Y_A - S \cos \alpha + F = 0, \\ \sum Z_i &= Z_A + V - S \sin \alpha - G = 0, \\ \sum M_{xi} &= -S \cdot b \sin \alpha - G \cdot b/2 = 0, \\ \sum M_{yi} &= -V \cdot a + S \cdot a \sin \alpha + G \cdot a/2 = 0, \\ \sum M_{zi} &= -H \cdot b - S \cdot a \cos \alpha + F \cdot a = 0.\end{aligned}\tag{1.41}$$

Так как начало координат находится в сферической опоре, система уравнений равновесия разделяется и становится проще. Из уравнений моментов можно найти, независимо от других, три неизвестные реакции S, H и V .

Вычисляем значения тригонометрических функций: $\sin \alpha = c/\sqrt{b^2 + c^2} = 3/5 = 0.6$, $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0.8$. Из системы (1.41) находим реакции и заносим их в таблицу (в кН):

X_A	Y_A	Z_A	H	V	S
-4	-8	3	4	0	-5

3. Выполняем проверку решения, подставляя найденные значения в уравнение моментов относительно дополнительных осей x' и y' , проведенных параллельно соответствующим осям исходной системы координат:

$$\begin{aligned}\sum M_{x'i} &= -Y_A \cdot c - Z_A \cdot b - V \cdot b + G \cdot b/2 + S \cdot c \cos \alpha - F \cdot c = 0, \\ \sum M_{y'i} &= X_A \cdot c - V \cdot a + S \cdot a \sin \alpha + G \cdot a/2 + H \cdot c = 0.\end{aligned}$$

Замечание. Из решения системы (1.41) получается $V = 0$. В этом можно убедиться сразу из уравнения моментов относительно дополнительной оси u , лежащей на диагонали полки AB (рис. 62). Действительно, все векторы, кроме \vec{V} , пересекают эту ось, и их моменты равны нулю. Уравнение принимает простой вид $\sum M_u = V \cdot h = 0$, где h — некоторое плечо реакции \vec{V} относительно диагональной оси u . Не вычисляя $h \neq 0$, получаем $V = 0$.