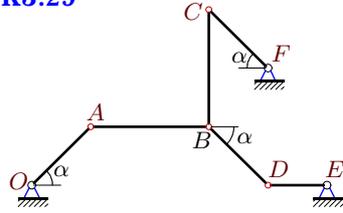
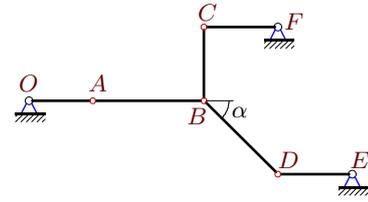


К3.29



$\omega_{OA_z} = 1, \omega_{DE_z} = 2,$
 $AB = BC = 4, DE = 2,$
 $OA = CF = BD = 2\sqrt{2}.$

К3.30



$\omega_{OA_z} = 3, \omega_{CF_z} = -9,$
 $BC = DE = OA = CF = 2,$
 $BD = 2\sqrt{2}, AB = 3.$

Ответы к задачам см. в табл. 12 на с. 251.

Пример решения

Задача. В указанном положении плоского механизма, состоящего из шести шарнирно соединенных стержней (рис. 82), заданы угловые

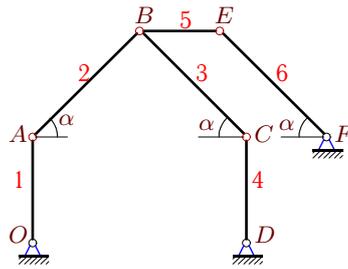


Рис. 82

скорости двух его звеньев $\omega_{CD_z} = -3 \text{ с}^{-1}, \omega_{FE_z} = 3 \text{ с}^{-1}$. Даны длины звеньев: $OA = DC = 4 \text{ см}, AB = BC = EF = 4\sqrt{2} \text{ см}, BE = 3 \text{ см}$. Стержни OA, CD вертикальные, BE — горизонтальный; $\alpha = \pi/4$. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

Решение

Применим аналитический метод расчета. Пронумеруем стержни механизма (рис. 82). Составляем кинематический граф

$$O \xrightarrow{\pi/2} A \xrightarrow{\alpha} B \xrightarrow{-\alpha} C \xrightarrow{-\pi/2} D.$$

Соответствующие уравнения для скоростей в проекциях на оси имеют вид

$$v_{Dx} = v_{Ox} - OA\omega_{1z} \sin(\pi/2) - AB\omega_{2z} \sin(\alpha) - BC\omega_{3z} \sin(-\alpha) - CD\omega_{4z} \sin(-\pi/2),$$

$$v_{Dy} = v_{Oy} + OA\omega_{1z} \cos(\pi/2) + AB\omega_{2z} \cos(\alpha) + BC\omega_{3z} \cos(-\alpha) + CD\omega_{4z} \cos(-\pi/2).$$

Упростим уравнения, учитывая, что $v_{Dx} = v_{Ox} = v_{Dy} = v_{Oy} = 0$:

$$\begin{aligned} 0 &= -OA\omega_{1z} - AB\omega_{2z} \sin(\alpha) + BC\omega_{3z} \sin(\alpha) + CD\omega_{4z}, \\ 0 &= AB\omega_{2z} \cos(\alpha) + BC\omega_{3z} \cos(\alpha). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Составляем граф

$$D \xrightarrow[\pi/2]{4} C \xrightarrow[\pi-\alpha]{3} B \xrightarrow[0]{5} E \xrightarrow[-\alpha]{6} F.$$

Записываем соответствующие уравнения для скоростей:

$$\begin{aligned} v_{Fx} &= v_{Dx} - DC\omega_{4z} \sin(\pi/2) - CB\omega_{3z} \sin(\pi - \alpha) - BE\omega_{5z} \sin 0 - \\ &\quad - EF\omega_{6z} \sin(-\alpha), \\ v_{Fy} &= v_{Dy} + DC\omega_{4z} \cos(\pi/2) + CB\omega_{3z} \cos(\pi - \alpha) + BE\omega_{5z} \cos 0 + \\ &\quad + EF\omega_{6z} \cos(-\alpha). \end{aligned}$$

Упростим уравнения:

$$0 = -DC\omega_{4z} - CB\omega_{3z} \sin(\pi - \alpha) + EF\omega_{6z} \sin(\alpha), \quad (2.12)$$

$$0 = CB\omega_{3z} \cos(\pi - \alpha) + BE\omega_{5z} + EF\omega_{6z} \cos(\alpha). \quad (2.13)$$

В системе (2.11–2.13) известны угловые скорости $\omega_{4z} = -3 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{6z} = 3 \text{ с}^{-1}$. После подстановки численных значений имеем

$$\begin{aligned} -\omega_{1z} - \omega_{2z} + \omega_{3z} - 3 &= 0, \\ \omega_{2z} + \omega_{3z} &= 0, \\ 3 - \omega_{3z} + 3 &= 0, \\ -4\omega_{3z} + 3\omega_{5z} + 4 \cdot 3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Решаем систему уравнений (2.14). Находим угловые скорости: $\omega_{1z} = 9 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{2z} = -6 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{3z} = 6 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{5z} = 4 \text{ с}^{-1}$.

Другой способ решения задачи — построение плана скоростей [12]. Вычисляем модули скоростей точек E и C (рис. 83). Направления векторов выбираем с учетом знаков угловых скоростей (положительная угловая скорость соответствует вращению *против* часовой стрелки).

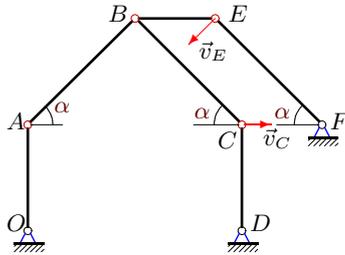


Рис. 83

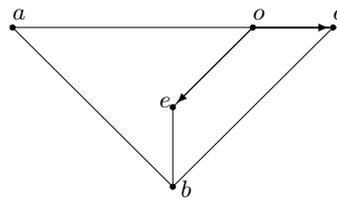


Рис. 84

На рис. 84 изображен план скоростей механизма. От произвольной точки o откладываем две известные скорости \vec{v}_C и \vec{v}_E . Их модули равны $v_C = \omega_{CD} \cdot CD = 12$ см/с, и $v_E = \omega_{EF} \cdot EF = 12$ см/с. Направления скоростей перпендикулярны стержням CD и EF соответственно. С учетом знаков угловых скоростей отмечаем точки плана скоростей e и c (концы векторов). По правилу построения плана скоростей $BE \perp be$, $BC \perp bc$. На пересечении направлений be и bc получаем положение точки b . Отрезок ob (не обозначен на плане) определяет величину и направление скорости \vec{v}_B . Аналогично находим положение точки a . Имеем: $AO \perp ao$, $AB \perp ab$. Решая простую геометрическую задачу, находим: $ab = 24\sqrt{2}$, $be = 12$, $bc = 24\sqrt{2}$, $ao = 36$. Модули угловых скоростей получаем по простым формулам: $\omega_{AB} = ab/AB$, $\omega_{BE} = be/BE$, $\omega_{BC} = bc/BC$, $\omega_{AO} = ao/AO$.

Заметим, что с помощью мгновенных центров скоростей эту задачу решить нельзя.

К4. Определение положения и угловых скоростей звеньев механизма

В задачах К1–К3 рассчитывалась кинематика механизма с заранее определенным и простым положением звеньев. Одни стержни в заданный момент были горизонтальными, другие вертикальными, угол наклона третьих стержней был известен. В реальных практических задачах обычно фиксированы только неподвижные шарниры и плоскости, по которым скользят ползуны или катятся цилиндры. Координаты этих объектов заданы, а координаты шарниров механизма и углы наклона стержней или звеньев подлежат определению. Такая задача рассмотрена в этом разделе.

Условия задач

Механизм, состоящий из диска и четырех стержней, изображен в произвольном положении, определяемом некоторым углом φ . Задана угловая скорость одного из звеньев или скорость центра диска. Длины