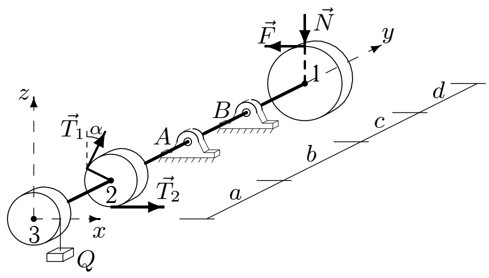
10.



$F = 0.2N$, $T_1 = 70$,
$T_2 = 37$, $P_1 = 20$,
$P_2 = 10$, $P_3 = 14$,
$Q = 10$, $G = 35$,
$\alpha = 30°$, $R_1 = 22$,
$R_2 = 8$, $R_3 = 9$,
$a = 22$, $b = 23$,
$c = 24$, $d = 25$.

Ответы

№	N	X_A	Z_A	X_B	Z_B
1	194.286	359.986	−44.654	−470.267	114.726
2	165.000	104.855	84.680	−201.855	−3.459
3	1.154	−58.706	15.924	−24.428	130.614
4	34.038	50.963	218.368	−232.001	−165.945
5	261.250	7.573	−290.264	36.936	693.129
6	136.818	86.784	74.302	−164.602	10.143
7	29.487	−38.734	77.517	−102.395	56.637
8	43.214	−75.085	−75.861	−153.627	166.078
9	411.429	46.826	647.889	21.164	−90.960
10	100.000	−161.833	−130.593	109.833	269.971

4.4. Определение усилий в стержнях, поддерживающих плиту

Постановка задачи. *Однородная прямоугольная горизонтальная плита известного веса опирается на шесть невесомых шарнирно закрепленных по концам стержней. Вдоль ребра плиты действует сила. Определить усилия в стержнях.*

План решения

1. Отделяем плиту от стержней, заменяя действие стержней их реакциями. Реакции направляем вдоль стержней от плиты. Вес однородной прямоугольной плиты прикладываем к ее центру вертикально вниз.

2. Две оси системы координат направляем вдоль сторон плиты, третью — перпендикулярно ее плоскости. Начало координат помещаем в точку, в которой сходится наибольшее число стержней. Составляем уравнения равновесия (три уравнения в проекциях на оси и три уравнения моментов относительно осей). Решаем полученную систему.

3. Выполняем проверку решения, подставляя найденные значения в уравнение моментов относительно какой-либо дополнительной оси.

Пример. Однородная прямоугольная горизонтальная плита весом $G = 20$ кН опирается на шесть невесомых шарнирно закрепленных по концам стержней. Вдоль ребра плиты действует сила $F = 10$ кН (рис. 68). Даны размеры: $a = 7$ м, $b = 8$ м, $c = 6$ м. Определить усилия в стержнях.

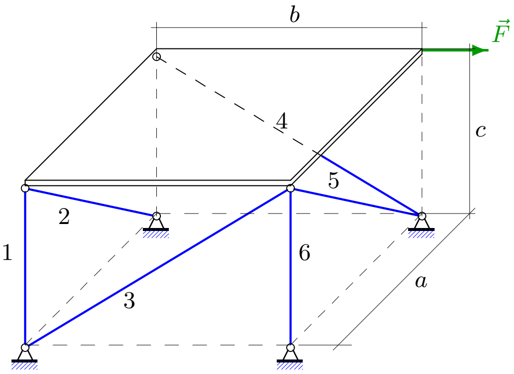


Рис. 68

Решение

1. Отделяем плиту от стержней, заменяя действие стержней их реакциями. Реакции направляем вдоль стержней от плиты. Вес однородной прямоугольной плиты прикладываем к ее центру вертикально вниз (рис. 69).

2. Выбираем систему координат (рис. 69) и составляем уравнения равновесия. В уравнение проекций на ось x не входят силы S_1, S_3, S_4, S_6, F и G, лежащие в плоскостях, перпендикулярных Ox. В уравнение проекций на ось y не входят силы S_1, S_2, S_5, S_6 и G, лежащие в плоскостях, перпендикулярных Oy, а в уравнение проекций на вертикальную ось z входят все силы, кроме горизонтальной F:

$$\sum X_i = -S_2 \cos\alpha - S_5 \cos\alpha = 0, \tag{1}$$

$$\sum Y_i = -S_3 \cos\beta + S_4 \cos\beta + F = 0, \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\sum Z_i = -S_1 - S_2 \sin\alpha - S_3 \sin\beta - S_4 \sin\beta - \\ - S_5 \sin\alpha - S_6 - G = 0.\end{aligned} \tag{3}$$

Линии действия сил S_1, S_2, S_3 пересекают ось x, поэтому их моменты относительно этой оси равны нулю. Вычисляя момент силы S_4 относительно оси x, разложим ее на горизонтальную составляющую $S_4 \cos\beta$ с плечом c относительно x и вертикальную — $S_4 \sin\beta$, которая пересекает ось и имеет момент равный нулю.

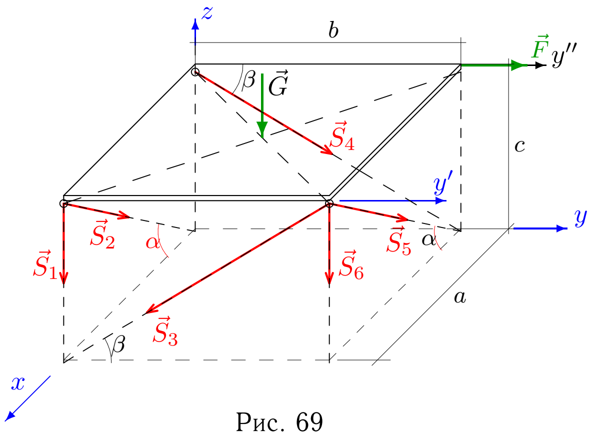


Рис. 69

Аналогично вычисляем моменты других сил и записываем все три уравнения моментов:

$$
\begin{aligned}
&\sum M_{xi} = -S_4 \cos\beta \cdot c - S_5 \sin\alpha \cdot b - S_6 \cdot b - F \cdot c - G \cdot b/2 = 0,\\
&\sum M_{yi} = S_1 \cdot a + S_3 \sin\beta \cdot a + S_6 \cdot a + G \cdot a/2 = 0,\\
&\sum M_{zi} = -S_3 \cos\beta \cdot a + S_5 \cos\alpha \cdot b = 0.
\end{aligned} \tag{4}
$$

Находим необходимые значения тригонометрических функций:

$$
\begin{aligned}
&\sin\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} = \frac{6}{9.219} = 0.651, \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0.759,\\
&\sin\beta = \frac{c}{\sqrt{b^2+c^2}} = \frac{6}{10} = 0.6, \qquad \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = 0.8.
\end{aligned}
$$

Решая систему шести уравнений (1–4) с шестью неизвестными, получаем значения усилий, которые заносим в таблицу (в кН):

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
-2.500	3.841	-4.167	-16.667	-3.841	-5.000

3. Выполняем проверку решения, подставляя найденные значения в уравнение моментов относительно дополнительной оси y'', проведенной в плоскости плиты параллельно y:

$$
\begin{aligned}
\sum M_{y''i} &= S_1 \cdot a + S_2 \sin\alpha \cdot a + S_3 \sin\beta \cdot a +\\
&\qquad + S_5 \sin\alpha \cdot a + S_6 \cdot a + G \cdot a/2 =\\
&= -2.5 \cdot 7 + 3.841 \cdot 0.651 \cdot 7 - 4.167 \cdot 0.6 \cdot 7 -\\
&\qquad - 3.841 \cdot 0.651 \cdot 7 - 5 \cdot 7 + 10 \cdot 7 = 0.
\end{aligned}
$$

Замечание. Некоторые (или все) уравнения проекций можно заменить на уравнения моментов относительно других осей. Например, в нашей задаче вместо сложного уравнения $\sum Z_i = 0$, в которое входят все неизвестные усилия, удобно использовать более простое уравнение моментов относительно оси y':

$$\sum M_{y'i} = -S_4 \sin\beta \cdot a - G \cdot a/2 = 0,$$

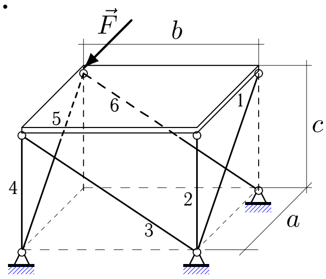
из которого сразу же находится усилие

$$S_4 = -10/0.6 = -16.667 \text{ кН},$$

а уравнение $\sum Z_i = 0$ можно использовать как проверочное, тем более, что выполнение такой проверки означает правильность сразу всех найденных усилий.

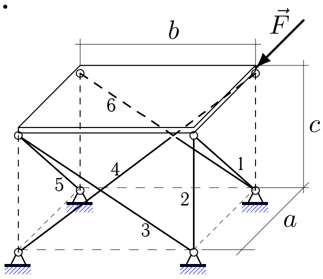
Условия задач. *Однородная прямоугольная горизонтальная плита весом $G = 25$ кН опирается на шесть невесомых шарнирно закрепленных по концам стержней. Вдоль ребра плиты действует сила $F = 10$ кН. Определить усилия в стержнях* (*в кН*).

1.



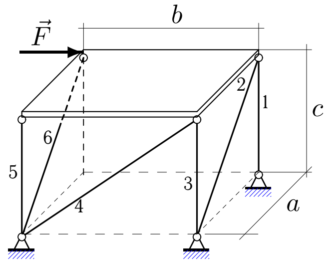
$a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м.

2.



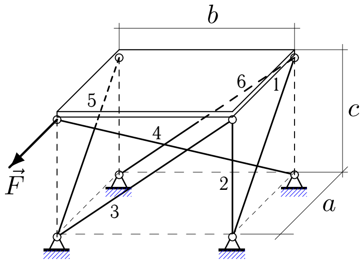
$a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м.

3.



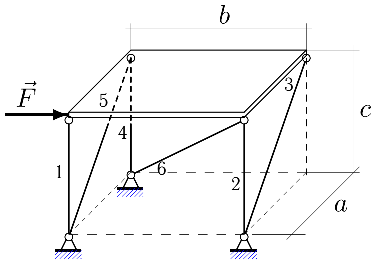
$a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м.

4.



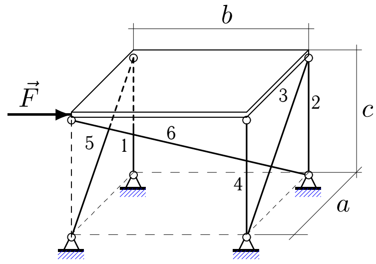
$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м.

5.



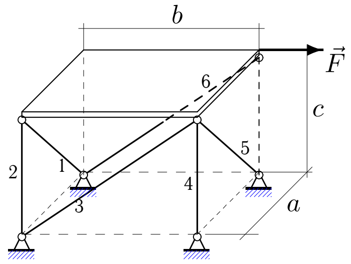
$a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м.

6.



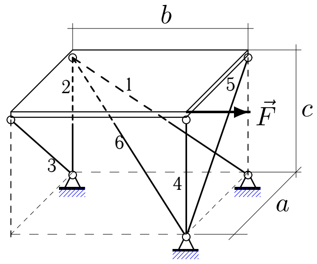
$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м.

7.



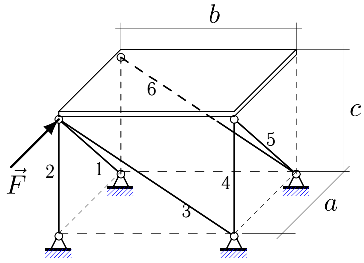
$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м.

8.



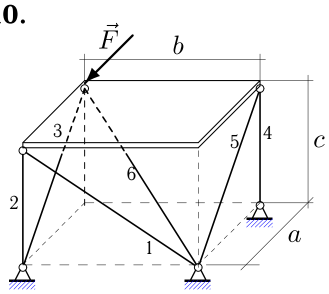
$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м.

9.



$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м .

10.



$a = 3$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м .

Ответы

№	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
1	−8.385	−5.000	−9.375	0.000	−13.975	9.375
2	17.702	−20.000	−5.208	−11.219	−4.658	−5.208
3	−12.500	−14.907	0.000	16.667	−25.833	14.907
4	−1.179	−10.000	−1.389	−3.239	−15.321	−1.389
5	13.333	−39.167	14.907	−25.833	0.000	17.951
6	2.500	−7.500	0.000	−5.000	−10.607	−14.577
7	−28.284	7.500	33.333	−40.000	28.284	−20.833
8	−12.500	−12.500	10.607	−20.000	10.607	0.000
9	31.820	−35.000	20.833	0.000	−17.678	−20.833
10	−16.667	−2.500	−14.142	−2.500	−14.142	19.437

4.5. Тело на сферической и стержневых опорах

Постановка задачи. *Горизонтальная однородная прямоугольная полка имеет в одной точке сферическую опору и поддерживается двумя невесомыми шарнирно закрепленными по концам стержнями (горизонтальным и вертикальным) и наклонной подпоркой. К полке приложена сила, направленная вдоль одного из ее ребер. Определить реакции опор.*

План решения

1. Рассматриваем равновесие полки. Действие на полку опорных стержней заменяем их реакциями. Реакции стержней направляем вдоль их осей. Выбираем оси координат с началом в сферической опоре. Реакцию сферической опоры раскладываем на три составляющие вдоль выбранных осей.

2. Составляем систему уравнений равновесия (три уравнения в проекциях на оси и три уравнения моментов относительно осей). Решаем полученную систему.

3. Выполняем проверку решения, подставляя найденные значения в уравнение моментов относительно какой-либо дополнительной оси.

Пример. Горизонтальная однородная полка весом $G = 6$ кН имеет в точке A сферическую опору и поддерживается двумя невесомыми, шарнирно закрепленными по концам, стержнями (горизонтальным и вертикальным) и подпоркой в точке B (рис. 70). К этой же точке приложена сила $F = 4$ кН, направленная вдоль одного из ребер полки. Даны размеры $a = 2$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м. Определить реакции опор.