

Ответы

№	X_A	Y_A	Y_D	X_E	Y_E	M_A
	кН					кНм
1	-37.019	13.882	4.600	—	-3.482	—
2	16.497	0.287	—	—	27.713	110.646
3	13.010	-27.675	—	-18.637	15.675	—
4	-42.002	-37.663	—	10.182	-14.017	—
5	-12.302	-15.158	11.191	—	6.665	—
6	-34.480	-6.584	—	-20.020	2.297	—
7	29.021	24.549	—	-85.923	15.049	—
8	-4.019	-96.489	-10.875	—	89.363	—
9	-29.207	-43.005	—	24.518	24.505	—
10	31.500	-61.598	—	—	-16.962	122.290

2.6. Расчет системы трех тел, соединенных шарниром

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Определить реакции опор конструкции, состоящей из трех тел, соединенных в одной точке шарниром.

ПЛАН РЕШЕНИЯ

1. Расчленим конструкцию на три отдельных тела и сочленяющий шарнир в качестве четвертого тела. Считая, что каждое из трех тел в точке сочленения взаимодействует только с осью шарнира, действие оси шарнира на тело заменяем ее реакциями.

2. Записываем по три уравнения равновесия для каждого из тел и два уравнения равновесия в проекциях для системы сил, приложенных к оси шарнира.

3. Решаем систему 11 уравнений с 11 неизвестными.

4. Выполняем проверку решения, составляя дополнительное уравнение равновесия для нерасчлененной конструкции.

ПРИМЕР. Определить реакции опор конструкции, состоящей из трех тел, соединенных в точке C шарниром. В точке B конструкция опирается на неподвижный шарнир, в точках D и E — подвижные шарниры, в точке A — горизонтальный опорный стержень. На конструкцию действуют силы $F = 40$ кН, $P = 20$ кН, $Q = 10$ кН и сосредоточенные моменты $M_1 = 100$ кНм, $M_2 = 30$ кНм (рис. 49); $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Размеры на рисунке указаны в метрах.

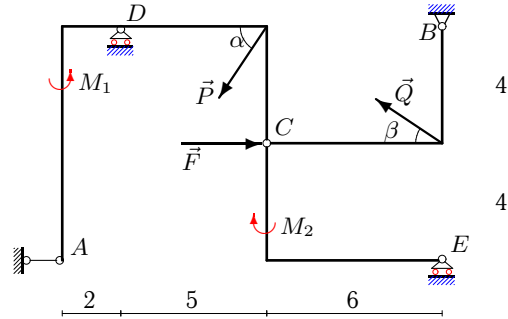


Рис. 49

РЕШЕНИЕ

1. Расчленим конструкцию на три отдельных тела ADC , CB , CE и соединяющий шарнир C в качестве четвертого тела. Считая, что каждое из трех тел в точке сочленения взаимодействует только с осью шарнира C , действие оси шарнира на тело заменяем ее реакциями (рис. 50).

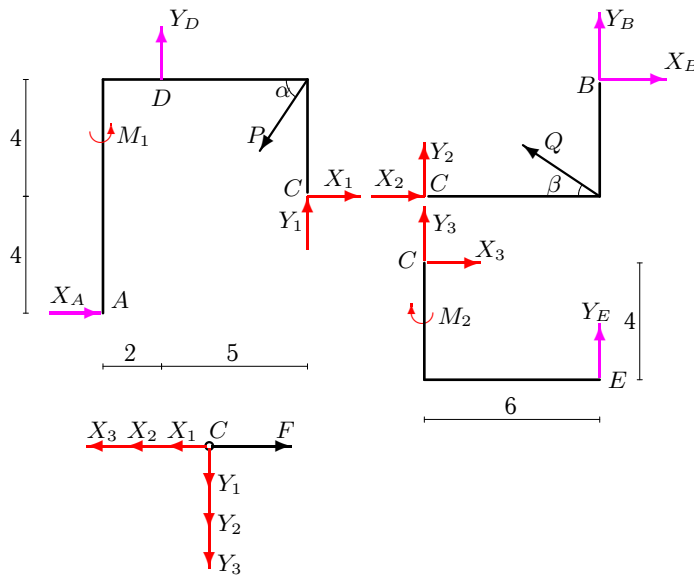


Рис. 50

2. Для каждого из тел (AC , BC , EC) записываем по три уравнения равновесия — два уравнения проекций и уравнение моментов

относительно точки C ¹. Для системы сил, сходящихся в шарнире C , составляем два уравнения равновесия в проекциях (рис. 50). Получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\sum X_i^{(AC)} &= X_1 - P \cos \alpha + X_A = 0, \\ \sum Y_i^{(AC)} &= Y_1 - P \sin \alpha + Y_D = 0, \\ \sum M_C^{(AC)} &= X_A \cdot 4 - Y_D \cdot 5 + M_1 + P \cdot 4 \cos \alpha = 0,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\sum X_i^{(BC)} &= X_2 - Q \cos \beta + X_B = 0, \\ \sum Y_i^{(BC)} &= Y_2 + Q \sin \beta + Y_B = 0, \\ \sum M_C^{(BC)} &= -X_B \cdot 4 + Y_B \cdot 6 + Q \cdot 6 \sin \beta = 0,\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\sum X_i^{(EC)} &= X_3 = 0, \\ \sum Y_i^{(EC)} &= Y_3 + Y_E = 0, \\ \sum M_C^{(EC)} &= Y_E \cdot 6 - M_2 = 0,\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}\sum X_i^{(C)} &= -X_1 - X_2 - X_3 + F = 0, \\ \sum Y_i^{(C)} &= -Y_1 - Y_2 - Y_3 = 0.\end{aligned}\tag{4}$$

3. Решаем систему 11 уравнений с 11 неизвестными. Результаты расчетов записываем в таблицу:

X_A	Y_D	X_B	Y_B	Y_E	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3
кН										
-10.90	19.28	-10.44	-11.96	5.00	20.90	-1.96	19.10	6.96	0	-5.00

4. Выполняем проверку решения, составляя дополнительное уравнение равновесия для нерасчлененной системы (рис. 51). Моментную точку K выбираем так, чтобы в уравнения вошли все проверяемые величины X_A, Y_D, X_B, Y_B, Y_E :

$$\begin{aligned}\sum M_K^{(\text{цел})} &= X_A \cdot 4 + Y_D \cdot 2 + M_1 - M_2 + P \cdot \cos \alpha \cdot 4 - \\ &- P \cdot \sin \alpha \cdot 7 + Q \cdot \sin \beta \cdot 13 + Y_E \cdot 13 + Y_B \cdot 13 - X_B \cdot 4 = 0.\end{aligned}$$

¹В качестве моментной точки можно выбирать любую, в том числе и не принадлежащую телу.

ЗАМЕЧАНИЕ. Предложенный способ расчета не является единственным. Например, если из трех частей, соединенных в одном шарнире, можно отделить одну, имеющую в качестве опоры подвижный шарнир (часть CE , рис. 50), то получится система двух тел, одно из которых (CE) имеет три неизвестные реакции. Определить эти реакции можно из системы трех уравнений равновесия этой части.

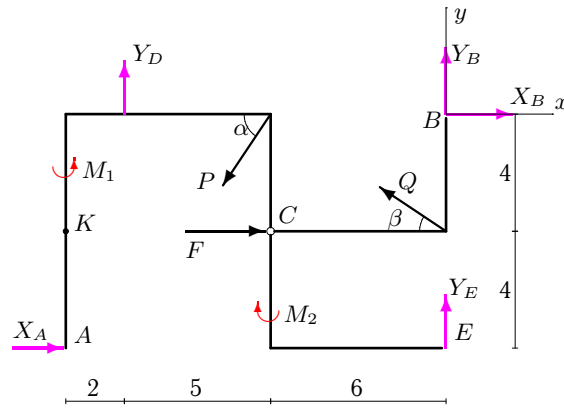
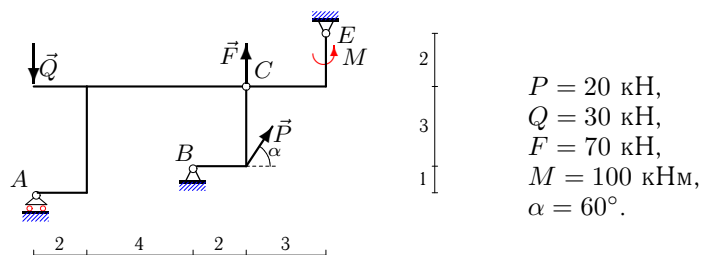


Рис. 51

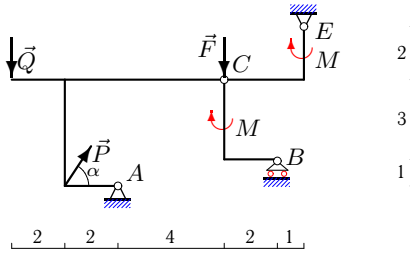
Затем следует рассмотреть оставшуюся часть, состоящую из двух еще нерасчлененных тел. В качестве дополнительной нагрузки к ним будут приложены (в противоположную сторону) две реакции отброшенной третьей части.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ. Определить реакции опор конструкции, состоящей из трех тел, соединенных в точке C шарниром. Размеры указаны в метрах.

1.

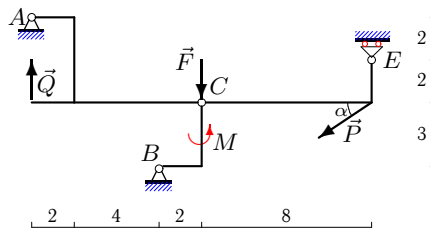


2.



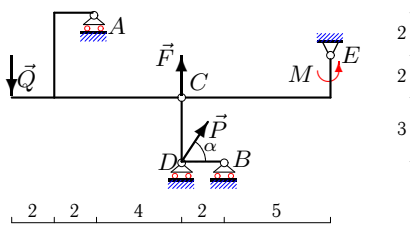
$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 40 \text{ кН}, \\
 F &= 60 \text{ кН}, \\
 M &= 75 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 60^\circ.
 \end{aligned}$$

3.



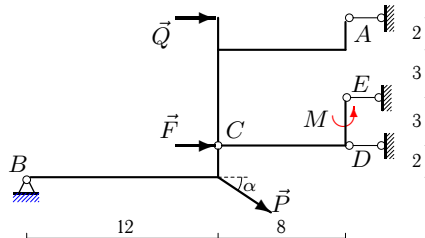
$$\begin{aligned}
 P &= 20 \text{ кН}, \\
 Q &= 40 \text{ кН}, \\
 F &= 70 \text{ кН}, \\
 M &= 125 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 30^\circ.
 \end{aligned}$$

4.



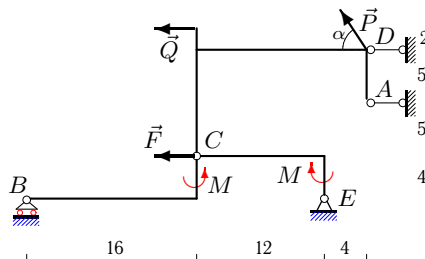
$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 50 \text{ кН}, \\
 F &= 90 \text{ кН}, \\
 M &= 175 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 60^\circ.
 \end{aligned}$$

5.



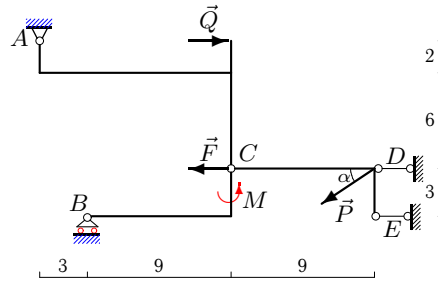
$$\begin{aligned}
 P &= 20 \text{ кН}, \\
 Q &= 40 \text{ кН}, \\
 F &= 50 \text{ кН}, \\
 M &= 125 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 30^\circ.
 \end{aligned}$$

6.



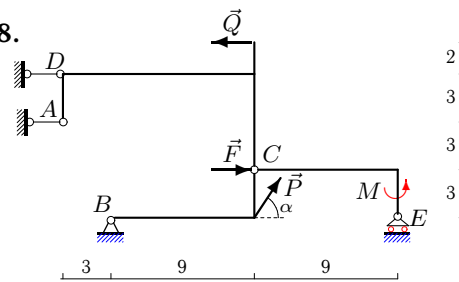
$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 60 \text{ кН}, \\
 F &= 80 \text{ кН}, \\
 M &= 175 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 60^\circ.
 \end{aligned}$$

7.



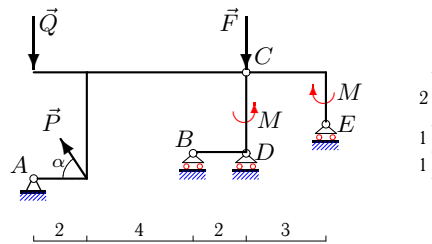
$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 60 \text{ кН}, \\
 F &= 90 \text{ кН}, \\
 M &= 225 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 30^\circ.
 \end{aligned}$$

8.



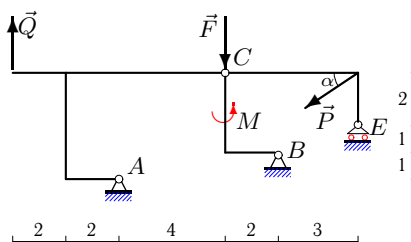
$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 60 \text{ кН}, \\
 F &= 100 \text{ кН}, \\
 M &= 275 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 60^\circ.
 \end{aligned}$$

9.



$$\begin{aligned}
 P &= 30 \text{ кН}, \\
 Q &= 70 \text{ кН}, \\
 F &= 90 \text{ кН}, \\
 M &= 50 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 60^\circ.
 \end{aligned}$$

10.



$$\begin{aligned}
 P &= 40 \text{ кН}, \\
 Q &= 60 \text{ кН}, \\
 F &= 90 \text{ кН}, \\
 M &= 100 \text{ кНм}, \\
 \alpha &= 30^\circ.
 \end{aligned}$$

Ответы

№	X_A	Y_A	X_B	Y_B	X_E	Y_E	X_D	Y_D
	кН							
1	–	30.000	–74.785	–97.177	64.785	9.856	–	–
2	–103.529	–47.500	–	37.500	88.529	84.019	–	–
3	9.240	–44.620	8.080	74.620	–	10.000	–	–
4	–	100.000	–	–22.500	–15.000	–29.286	–	–114.195
5	–40.000	–	42.679	10.000	41.667	–	–151.667	–
6	–256.148	–	–	10.938	154.505	–36.918	256.643	–
7	–45.000	–10.000	–	25.000	45.000	–	55.981	–
8	–267.449	–	–1.276	4.575	–	–30.556	213.724	–
9	15.000	50.514	–	25.000	–	16.667	–	41.838
10	100.785	–19.215	–66.144	49.215	–	20.000	–	–

Ответы на типичные вопросы при решении задачи

1. К какой части отнести нагрузку, приложенную к шарниру C ?

Эту нагрузку можно отнести к любой части.

2. Чему равна длина опорных стержней, например, горизонтальных A , D и E в варианте 5?

Для решения задачи длины опорных стержней не нужны. Освобождаясь от опор, реакцию опоры прикладываем к телу, в месте крепления опоры, положение другого конца опорного стержня может быть не определено. Для опорного стержня самое главное — это его направление. Реакцию опорного стержня направляем вдоль него.

3. В результате решения реакция подвижной опоры оказалась отрицательной. Означает ли это, что опора отрывается от поверхности скольжения?

Нет. Предполагается, что все связи двусторонние, т.е. предусмотрено некоторое ограничение (на рисунке не показано), не позволяющее подвижным опорам отрываться от поверхности. Более точное изобра-

жение подвижной опоры:



4. В условии задачи не указана точка приложения момента M .

Вектор сосредоточенного момента (пары) является свободным. Его можно прикладывать к любой точке тела, но не переносите его с одной части составной конструкции в другую.