



## Вычисление моментов инерции плоской фигуры

Фигура 1: швеллер 27 по сортаменту 8240-72:  $z_0 = 2.47$  с.

$h = 270$ мм,  $b = 95$ мм,  $t = 10.5$ мм,  $s = 6$ мм.

площадь  $A_1 = 35.2$ см<sup>2</sup>,

Моменты инерции  $I_{x1} = 4160$ см<sup>4</sup>,  $I_{y1} = 262$ см<sup>4</sup>,  $I_{xy1} = 0$ .

координаты центра тяжести  $x_1 = 7.03$ см,  $y_1 = 13.5$ см.

Фигура 2: уголок 100x100x10 по сортаменту 8509-72\*:  $z_0 = 2.83$  с.

$b = 100$ мм,  $d = 10$ мм.

площадь  $A_2 = 19.2$ см<sup>2</sup>,

Моменты инерции  $I_{x2} = 179$ см<sup>4</sup>,  $I_{max} = 284$ см<sup>4</sup>,  $I_{y2} = 179$ см<sup>4</sup>,  $I_{xy2} = -I_y + I_{max} = -179 + 284 = 105$ см<sup>4</sup>.

координаты центра тяжести  $x_2 = 12.33$ см,  $y_2 = 24.17$ см.

### 1. Площадь всей фигуры.

$$A = \sum_i A_i = 35.2 + 19.2 = 54.4 \text{ см}^2.$$

### 2. Координаты центра тяжести:

$$y_c = \frac{\sum_i A_i y_i}{A} = \frac{35.2 \cdot 13.5 + 19.2 \cdot 24.17}{54.4} = 17.27 \text{ см},$$

$$x_c = \frac{\sum_i A_i x_i}{A} = \frac{35.2 \cdot 7.03 + 19.2 \cdot 12.33}{54.4} = 8.9 \text{ см}.$$

Проверка

$$\sum (y_i - y_c) A_i = +3.766 \cdot 35.2 - 6.9 \cdot 19.2 = 0.$$

$$\sum (x_i - x_c) A_i = +1.871 \cdot 35.2 - 3.429 \cdot 19.2 = 0.$$

### 3. Моменты инерции относительно центральных осей

$$I_{yc} = \sum_i (I_{yci} + (x_c - x_i)^2 A_i) = 262 + 35.2(7.03 - 8.9)^2 + 179 + 19.2(12.33 - 8.9)^2 = 789.98 \text{ см}^4.$$

$$I_{xc} = \sum_i (I_{xc_i} + (y_c - y_i)^2 A_i) = 4160 + 35.2(13.5 - 17.27)^2 + 179 + 19.2(24.17 - 17.27)^2 = 5753.4 \text{ см}^4.$$

$$I_{xyc} = \sum_i (I_{xyi} + (x_c - x_i)(y_c - y_i) A_i) = +35.2(17.27 - 13.5)(8.9 - 7.03) + 105 + 19.2(17.27 - 24.17)(8.9 - 12.33) = 807.56 \text{ см}^4.$$

4. Главные моменты инерции:

$$I_{max,min} = \frac{I_{yc} + I_{xc}}{2} \pm \sqrt{\frac{(I_{yc} - I_{xc})^2}{4} + I_{xyc}^2}.$$

$$I_{max} = \frac{789.98+5753.4}{2} + \sqrt{\frac{(789.98-5753.4)^2}{4} + (807.56)^2} = 3271.7+2609.8 = 5881.5\text{см}^4.$$

$$I_{min} = 3271.7 - 2609.8 = 661.89\text{см}^4.$$

### 5. Направление главных осей

$$\text{tg}\alpha_{max} = \frac{I_{xy}}{I_{yc} - I_{max}} = \frac{807.56}{789.98 - 5881.5} = -0.16.$$

$$\alpha_{max} = -9.01^\circ.$$

### 6. Радиусы инерции

$$i_{max} = \sqrt{I_{max}/A} = \sqrt{5881.5/54.4} = 10.4\text{см},$$

$$i_{min} = \sqrt{I_{min}/A} = \sqrt{661.890/54.4} = 3.488\text{см}.$$

### 7. Проверки:

$$I_{xc} \cos^2 \alpha + I_{yc} \sin^2 \alpha - I_{xyc} \sin 2\alpha = I_{max}$$

$$\cos \alpha = 0.99, \sin \alpha = -0.16, \sin 2\alpha = -0.3,$$

$$+5753.4 \cdot 0.975 + 789.977 \cdot 2.454 \cdot 10^{-2} + 807.56 \cdot 0.3 = 5881.5.$$

$$I_{xc} \sin^2 \alpha + I_{yc} \cos^2 \alpha + I_{xyc} \sin 2\alpha = I_{min}$$

$$+5753.4 \cdot 2.454 \cdot 10^{-2} + 789.977 \cdot 0.975 - 807.563 \cdot 0.3 = 661.89.$$

$$I_{xc} + I_{yc} = I_{min} + I_{max}$$

$$789.977 + 5753.4 = 661.890 + 5881.5 = 6543.38.$$

Моменты инерции относительно заданных осей

$$I_y = \sum_i (I_{yc_i} + x_i^2 A_i) = 262 + 35.2 \cdot 7.030^2 + 179 + 19.2 \cdot 12.330^2 = 5099.57\text{см}^4.$$

$$I_x = \sum_i (I_{xc_i} + y_i^2 A_i) = 4160 + 35.2 \cdot 13.5^2 + 179 + 19.2 \cdot 24.170^2 = 21970.63\text{см}^4.$$

$$I_{xy} = \sum_i (I_{xyc_i} + x_i y_i A_i) = 0 + 35.2 \cdot 13.5 \cdot 7.030 + 105 + 19.2 \cdot 24.170 \cdot 12.330 = 9167.57\text{см}^4.$$

Моменты инерции относительно центральных осей

$$I_{yc} = I_y - x_c^2 A = 5099.571 - 8.9^2 \cdot 54.4 = 789.977;$$

$$I_{xc} = I_x - y_c^2 A = 21970.62 - 17.27^2 \cdot 54.4 = 5753.4;$$

$$I_{xyc} = I_{xy} - y_c x_c A_i = 9167.565 - 17.27 \cdot 8.9 \cdot 54.4 = 9167.565 - 8360 = 807.563.$$