

Пример решения

Задача. Плоская рама, состоящая из двух шарнирно соединенных частей, расположена в вертикальной плоскости. На раму действует сила $F = 10$ кН и моменты $M_1 = 12$ кНм, $M_2 = 5$ кНм (рис. 22). Размеры даны в метрах, $\cos \alpha = 0,8$. Задан погонный вес $\rho = 2$ кН/м стержней рамы. Определить реакции опор рамы (в кН).

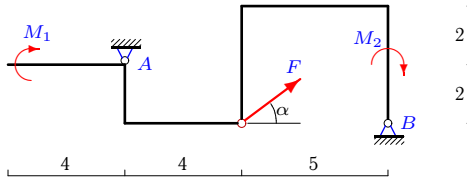


Рис. 22

Решение

Как и для большинства задач на составные конструкции, здесь необходимо провести расчленение системы. Рассмотрим равновесие всей конструкции в целом (рис. 23) и ее левой части (рис. 24). Действие неподвижных опор в точках A и B заменяем реакциями. На выделенную левую часть помимо внешних нагрузок действуют реакции стыковочного шарнира C и реакции опоры A . К середине каждого стержня рамы длиной l_k , $k = 1, \dots, 6$ прикладываем его вес, пропорциональный длине стержня: $G_k = l_k \rho$.

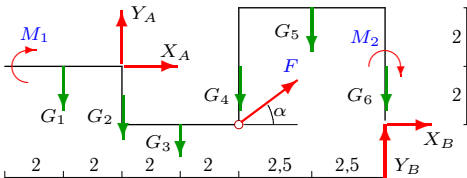


Рис. 23

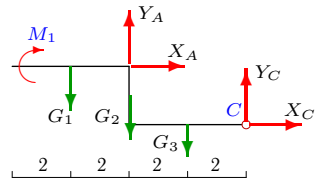


Рис. 24

Записывая по три уравнения равновесия для каждой из выделенной части, получим систему шести уравнений для шести неизвестных реакций X_A , Y_A , X_B , Y_B , X_C , Y_C . Решение такой системы в общем случае достаточно сложная задача. Однако, можно поступить проще, найдя для начала реакции X_A и Y_A . Составим уравнение моментов относительно точки B для всей конструкции в целом (рис. 23) и

уравнение моментов относительно точки C для левой части (рис. 24):

$$\begin{aligned}\sum M_B &= -9Y_A - 2X_A + 11G_1 + 9G_2 + 7G_3 + 5G_4 + \\ &\quad + 2,5G_5 - 5F \sin \alpha - M_1 - M_2 = 0, \\ \sum M_C^{\text{лев}} &= -2X_A - 4Y_A + 6G_1 + 4G_2 + 2G_3 - M_1 = 0.\end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и находим $X_A = -18$ кН, $Y_A = 26$ кН.

Аналогично, для определения реакций X_B , Y_B рассмотрим равновесие правой части рамы (силу F отнесем к этой части, рис. 25) и составим два уравнения

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 9Y_B + 2X_B + 2G_1 - 2G_3 - 4G_4 - \\ &\quad - 6,5G_5 - 9G_6 + 4F \sin \alpha + 2F \cos \alpha - M_1 - M_2 = 0, \\ \sum M_C^{\text{прав}} &= 5Y_B - 2,5G_5 - 5G_6 - M_2 = 0.\end{aligned}$$

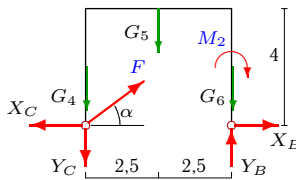


Рис. 25

Решаем систему уравнений и находим $X_B = 10$ кН, $Y_B = 14$ кН.

В качестве проверки решения можно составить уравнения проекций для всей конструкции в целом на оси x и y .

$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_A + X_B + F \cos \alpha = -18 + 10 + 8 = 0, \\ \sum Y_i &= Y_A + Y_B + F \sin \alpha - G_1 - G_2 - G_3 - G_4 - G_5 - G_6 = \\ &= 26 + 14 + 6 - 46 = 0.\end{aligned}$$

Проверка выполнена. Решение найдено верно.

С5. Система двух тел. Пластины и стержни

Особенность этой задачи — способ соединения тел. В системе нет характерного для таких задач сочленяющего шарнира, тела соединяются параллельными¹ стержнями. Весьма существенно, что эти стержни ненагружены, что значительно упрощает решение. Если бы сочленяющие стержни были бы нагружены, например, весомы, то задачу

¹Иначе — точка пересечения стержней образовала бы фиктивный шарнир, рассмотренный в предыдущих задачах.