

## Сумма ряда

Найти сумму ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} nx^{n+1}.$$

### Решение

Известно, что

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n = x/(1-x).$$

Дифференцируем этот ряд<sup>1</sup>

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} = 1/(1-x)^2.$$

Умножаем обе части этого равенства на  $x^2$

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+1} = x^2/(1-x)^2.$$

Очевидно

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+1} = x^2 + \sum_{n=2}^{\infty} nx^{n+1}$$

Отсюда получаем ответ

$$\sum_{n=2}^{\infty} nx^{n+1} = x^2/(1-x)^2 - x^2.$$

В системе аналитических вычислений Maple этот результат можно проверить командой

```
sum(n*x^(n+1), n=2..infinity);
```

---

<sup>1</sup>Зими́на О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. **Решебник. Высшая математика** – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2001.– с.241.