

Кроме этого надо еще указать число опор. Здесь под опорами имеются в виду опорные стержни. Для составной фермы, как в этом примере, их четыре, в обычной балочной ферме (одно тело) — их три.

Если ввод выполнен правильно (а программа весьма капризна и не допускает даже малейшей ошибки), то при нажатии кнопки Run на экране появится изображение фермы с пронумерованными

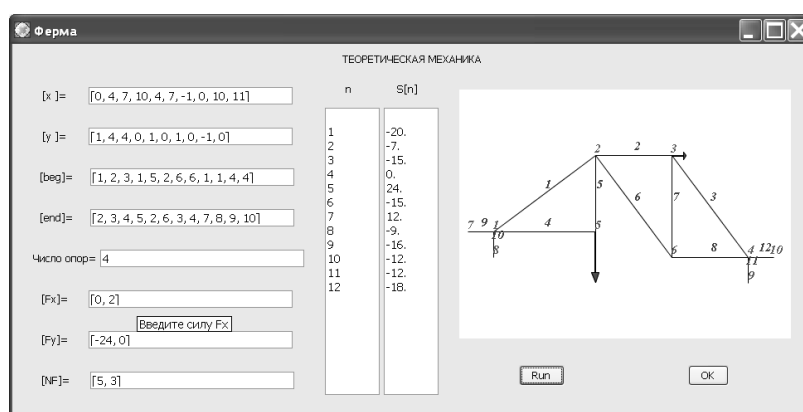


Рис. 72

стержнями и узлами и искомые усилия в стержнях. В программе не предусмотрено сохранение данных в файле. Это можно обойти очень просто. Дело в том, что маплет — это простой текстовый файл, который можно открыть и отредактировать вводимые данные в любом текстовом редакторе, например, Блокноте.

## Глава 2

### Трение

#### С14. Трение скольжения

Согласно закону Кулона<sup>1</sup> предельная сила трения, возникающая при контакте шероховатых тел, при которой еще возможно равновесие, пропорциональна нормальной силе  $N$  сжатия тел  $F_{\text{тр}} = f_{\text{тр}}N$ , где  $f_{\text{тр}}$  — коэффициент трения, зависящий от свойств материалов тел. Если опора тела устроена так, что возможно проскальзывание, то

<sup>1</sup> Charles-Augustin de Coulomb (1736–1806) – французский физик.

вектор реакции опоры в случае равновесия должен попадать в угол трения (рис. 73, активные силы не указаны),  $Y_A = N$ . В предельном

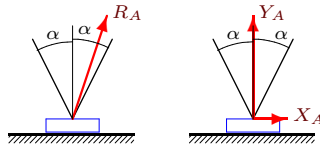


Рис. 73

случае, когда вектор реакции выходит на границу допустимой для равновесия области,  $X_A = F_{\text{тр}}$ . Отсюда получаем условие равновесия

$$-\operatorname{tg} \alpha < X_A/Y_A < \operatorname{tg} \alpha,$$

или  $\operatorname{tg} \alpha = f_{\text{тр}}$ :

$$-f_{\text{тр}} < X_A/Y_A < f_{\text{тр}}. \quad (2.1)$$

Заметим, что если реакция попадает в угол трения, то при  $Y_A > 0$ <sup>1</sup> тело будет в равновесии независимо от величины этой реакции. В данном случае направление реакции, которое определяется направлением приложенной силы<sup>2</sup>, играет основную роль. Значение  $Y_A$  в знаменателе (2.1) в ноль не обращается, так как по условию односторонней связи отрыва быть не должно

$$Y_A > 0. \quad (2.2)$$

На исследовании неравенств (2.1) и (2.2) основано решение следующей задачи.

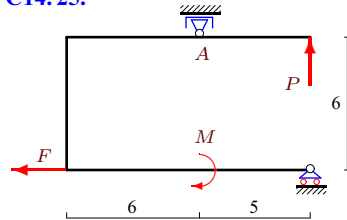
#### Условия задач

Рама имеет две опоры. Шарнирная опора  $A$  — негладкая неударжающая (односторонняя) связь, допускающая отрыв и проскальзывание. Задан момент  $M$ , приложенный к раме, и сила  $P$ . Известен коэффициент трения скольжения в опоре  $A$ . Размеры на рисунке даны в метрах. Для каких значений силы  $F$  система находится в положении равновесия?

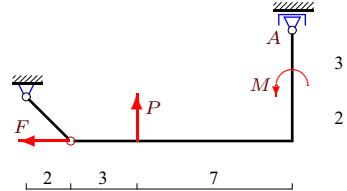
<sup>1</sup> Тут непременно надо уточнить принятые в статике обозначения реакций. Неравенство  $Y_A > 0$  означает ограничение не на модуль силы (он всегда больше нуля), а на проекцию этой силы на выбранное направление. Реакции во всех задачах статики, обозначенные без значка вектора, могут быть положительными и отрицательными. В последнем случае это означает, что направление реакции противоположно указанному.

<sup>2</sup> Вывести из равновесия опору силой, приложенной внутрь угла трения, невозможно при любом значении силы.

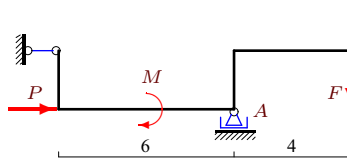
C14.25.


 $P = 2 \text{ кН}, M = 81 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 2/3.$ 

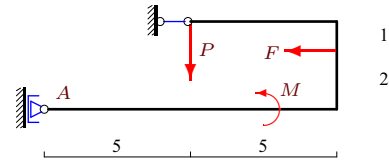
C14.26.


 $P = 8 \text{ кН}, M = 16 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 2/3.$ 

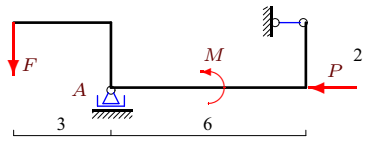
C14.27.


 $P = 55 \text{ кН}, M = 55 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 3/4.$ 

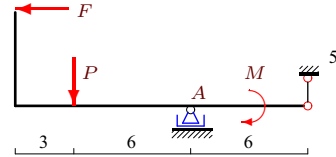
C14.28.


 $P = 5 \text{ кН}, M = 26 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 1/3.$ 

C14.29.


 $P = 4 \text{ кН}, M = 4 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 1/2.$ 

C14.30.


 $P = 9 \text{ кН}, M = 8 \text{ кНм}, f_{\text{тр}} = 4/5.$ 

### Пример решения

Плоская рама закреплена на опорном стержне, наклоненном под углом  $\alpha$ , и на негладкой неудерживающей шарнирной опоре  $A$  (односторонняя связь). Заданы нагрузки: сила  $P = 7 \text{ кН}$  и момент  $M = 14 \text{ кНм}$ . Известен коэффициент трения скольжения  $f_{\text{тр}} = 2$  в опоре  $A$ . Размеры на рисунке даны в метрах,  $\sin \alpha = 4/5$  (рис. 74). Для каких значений силы  $F$  система находится в положении равновесия?

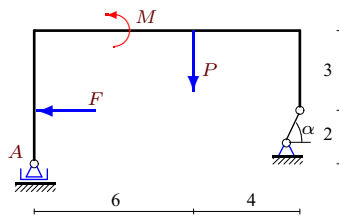


Рис. 74

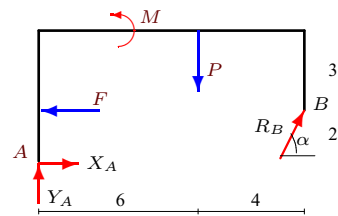



Рис. 75

**Решение**

Освобождаем конструкцию от связей, заменяя их реакциями. Если опора  $A$  не скользит, то это просто неподвижный шарнир , реакциями которого являются две силы  $X_A$  и  $Y_A$  (рис. 75). Реакция опорного стержня  $R_B$  направлена вдоль него. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_A + R_B \cos \alpha - F = 0, \\ \sum Y_i &= Y_A - P + R_B \sin \alpha = 0, \\ \sum M_A &= 10 R_B \sin \alpha - 2 R_B \cos \alpha - 6 P + M + 2 F = 0.\end{aligned}$$

Находим отсюда выражения для реакций опор. Сила  $F$  входит в решение как параметр

$$R_B = (70 - 5 F)/17, \quad X_A = (2/17)(10 F - 21), \quad Y_A = (63 + 4 F)/17.$$

Связь в точке  $A$  односторонняя, опора должна быть прижата к основанию. Следовательно,  $Y_A > 0$ . Это неравенство задает условие

$$F > -63/4 = -15,75 \text{ кН}. \quad (2.3)$$

Отрицательные значения соответствуют направлению силы, противоположное указанному. Для того чтобы реакция опоры в точке  $A$  попала в угол трения, необходимо выполнение неравенств

$$-f_{\text{тр}} < X_A/Y_A < f_{\text{тр}},$$

или, с учетом найденных выражений

$$-2 < \frac{2(10 F - 21)}{63 + 4 F} < 2.$$

Замечаем, что согласно условию (2.3) знаменатель здесь положительный, и находим решение неравенства  $-3 \text{ кН} < F < 14 \text{ кН}$ . При таких значениях силы  $F$  рама будет находиться в равновесии.

**C15. Трение качения****Условия задач**

Механизм состоит из диска весом  $P$  радиусом  $R$ , невесомого уголка и невесомого стержня. Все соединения между элементами шарнирные. Диск может кататься без проскальзывания с трением качения  $\delta$ . В каких пределах меняется момент  $M$  при условии равновесия системы?