Стабильность решения дифференциального уравнения и анализ движения механических систем

М. Н. Кирсанов

Московский энергетический институт (технический университет)

Для дифференциального уравнения $F(\ddot{u}, \dot{u}, u) = 0$ вводится понятие стабильности решения. Имеем линеаризованное уравнение

$$a_2 \Delta\ddot{u} + a_1 \Delta\dot{u} + a_0 \Delta u = 0. \tag{1}$$

Рассматривая (1) как дифференциальное уравнение второго порядка для Δu, ставим для него обобщенную задачу Коши. Пусть, например, $t = t_0$, $\Delta u = U_0$, $\Delta u^{(3)} = U_3$. Для того, чтобы свести обобщенную задачу к классической, необходимо выразить $\Delta\dot{u}$ через U_0 и U_3. Дифференцируем (1)

$$b_3 \Delta u^{(3)} + b_2 \Delta\ddot{u} + b_1 \Delta\dot{u} + b_0 \Delta u = 0. \tag{2}$$

Те состояния t_0, при которых определитель системы (1-2) $a_1 b_2 - b_1 a_2$ обращается в нуль, будем называть нестабильными порядка 0-3 (по порядку задаваемых производных), а $\dot{u}$ и $\ddot{u}$ нестабильными величинами. Точно также можно определить нестабильность других порядков. В качестве примера решается задача о сферическом движении твердого тела, под действием моментов, зависящих от угловых скоростей. Явление нестабильности, определенное для динамического (или квазистатического) процесса, обобщается на нелинейные задачи изгиба стержня, кручения идеально пластического стержня и изгиба оболочек. В качестве возмущенных величин здесь выступают прогибы и их производные по координате. Установлено, что приращения кривизны депланации в задаче кручения (уравнения Д. Ивлева [1]) и кривизны пластины (уравнения Феппля-Кармана) не определены при возмущениях прогиба и их производных в любых точках объекта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (04-01-00331).

Список литературы

1 Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. — Владивосток: Дальнаука, 1988. 528 с.

Constancy of the solution of the differential equation and the analysis of movement of mechanical systems

M. N. Kirsanov

Moscow power engineering institute (technical university), Moscow, Russia

For the differential equation $F(\ddot{u}, \dot{u}, u) = 0$ the concept of stability of the decision is entered. It is considered the linearized equation

$$a_2\Delta\ddot{u} + a_1\Delta\dot{u} + a_0\Delta u = 0. \qquad (1)$$

Considering (1) as the differential equation of the second order for Δu, we put for himit the generalized initial problem. Let, for example, $t = t_0$, $\Delta u = U_0$, $\Delta u^{(3)} = U_3$. To reduce the generalized problem to classical, it is necessary to express $\Delta\dot{u}$ through U_0 and U_3. We differentiate (1)

$$b_3\Delta u^{(3)} + b_2\Delta\ddot{u} + b_1\Delta\dot{u} + b_0\Delta u = 0. \qquad (2)$$

Those conditions at which the determinant of system (1-2) $a_1b_2 - b_1a_2$ addresses in zero, we shall name unconstancy of 0-3 order (under the order of derivatives set), and $\dot{u}$ and $\ddot{u}$ unconstancy values. Precisely also it is possible to define unconstancy of other orders. As an example the problem of spherical movement of a rigid body, under action of the moments dependent on angular speeds is solved. The phenomenon of unconstancy determined for dynamic process, is generalized on nonlinear problems of a bend of a core, torsion of ideally plastic core and a bend of shells. Deflections and their derivatives on coordinate here act as the variated values. It is established, that increments of curvature deplanation in a problem of torsion (D. Ivlev's equation [1]) and curvature of a plate undetermined at variation of a deflection and their derivatives in any points of object.

The work is supported by RFBR (04-01-00331).

References

1 Bykovtcev G. I., Ivlev Д. D. Theory of plasticity. Vladivostok: Dalnauka, 1988.528 p.